

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

FACULTAD DE FORMACIÓN DE PROFESORADO Y EDUCACIÓN

Departamento de Didáctica y Teoría de la Educación



**REALIDAD AUMENTADA Y SECUENCIAS DIDÁCTICAS COMO
ELEMENTOS DE MEJORA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA
FORMACIÓN PERMANENTE DEL PROFESORADO**

TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR

Roberto Soto Varela

DIRECTOR

Dr. Melchor Gómez García

Madrid, 2017



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

FACULTAD DE FORMACIÓN DE PROFESORADO Y EDUCACIÓN

Departamento de Didáctica y Teoría de la Educación

REALIDAD AUMENTADA Y SECUENCIAS DIDÁCTICAS COMO ELEMENTOS DE MEJORA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y LA FORMACIÓN PERMANENTE DEL PROFESORADO

TESIS DOCTORAL PRESENTADA POR

Roberto Soto Varela

DIRECTOR

Dr. Melchor Gómez García

Madrid, 2017

Agradecimientos

La presente tesis ha sido fruto del esfuerzo compartido de muchas personas, por ello quisiera aprovechar estas palabras para poder mostrar mi agradecimiento a todas y cada una de ellas.

A mi familia y amigos, los cuales siempre han estado ahí, durante esta larga etapa en la que me embarqué hace ya unos años.

A los alumnos participantes en esta investigación, muchas gracias porque sin ellos no hubiera sido posible.

Al Departamento de Matemáticas por su inestimable ayuda a la hora de validar los cuestionarios y el contenido de la secuencia didáctica, pero en particular a los becarios del “103”.

Para finalizar me gustaría hacer una mención especial a dos personas, sin las cuales hubiera sido imposible llegar al final de esta etapa.

La primera es mi director de tesis, Dr Melchor Gómez García, por y ayudarme a solventar todas las dificultades que han ido surgiendo, siempre con una sonrisa en la boca y con una palabra de ánimo, que me ha ayudado a continuar adelante.

Y la otra persona eres tú Juan, pese a que hace relativamente poco que nos hemos conocido, pero has sido uno de los pilares fundamentales para la consecución de este objetivo, tanto en lo personal como en lo profesional. De corazón, te lo agradezco.

A todos vosotros. Muchas gracias,

Roberto

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.....	21
1.1. Introducción a la investigación y motivación por el tema.	21
1.2. Planteamiento del problema.	23
1.3. Objetivos y Grado de innovación previsto.....	25
1.3.1 <i>Objetivos de la investigación</i>	26
1.4. La Didáctica de las Matemáticas en España	27
1.5. Estructura de la Tesis.	28
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	30
2.1. Introducción	30
2.2. Competencia matemática	32
2.3. Aprendizaje en Matemáticas	34
2.4. Resolución de problemas y desarrollo de competencias.....	35
2.5. Didáctica de las Matemáticas.....	36
2.5.1. <i>La Didáctica de la Matemática de la Escuela Francesa.</i>	38
2.6. La Teoría de Situaciones Didácticas	39
2.6.1 <i>La Didáctica Fundamental.</i>	39
2.6.2 <i>La Teoría de Situaciones.</i>	40
2.6.3 <i>Las situaciones didáctica / a-didácticas.</i>	41
2.6.4 <i>Tipología de las Situaciones.</i>	47

2.6.5 Institucionalización.....	48
2.6.7 La Situación Fundamental.....	50
2.6.8 Los obstáculos.....	51
2.6.9 El contrato didáctico.....	52
2.7 La ingeniería didáctica.....	53
2.7.1 Fases de la ingeniería didáctica.....	53
2.8 Formación del profesorado	57
2.8.1. La formación teórica y práctica.....	61
2.8.2. La formación previa.....	70
2.8.3. Los primeros pasos en la enseñanza.....	71
2.8.4. La formación permanente	72
2.8.5. Incentivos para formarse	73
2.8.6. Aprendizaje a lo largo de la vida (lifelong learning)	75
2.8.7. Los procesos de formación permanente del profesorado a debate	79
2.9. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC).....	89
2.9.1 Concepto de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC)	90
2.9.2 Integración de las TIC en la Educación	93
2.9.3. Utilización de SketchUp en la Enseñanza Secundaria.	95
2.9.4. ¿Qué es la Realidad Aumentada?	97

CAPÍTULO 3. ESTADO DEL ARTE. ANÁLISIS DEL ESTADO DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE GEOMETRÍA, LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS Y REALIDAD AUMENTADA.	105
--	-----

3.1. La geometría en la Educación Primaria	105
3.1.1. <i>Sobre el desarrollo profesional del profesor en la Educación Primaria</i> 106	
3.2 Investigaciones didácticas sobre las matemáticas de Educación Infantil y Primaria dentro de la Teoría de Situaciones Didácticas	107
3.2.1 <i>Tres investigaciones relevantes dentro de la TSD</i>	109
3.2.2. <i>Otras aportaciones de la Teoría de Situaciones Didácticas</i>	113
3.3. La Realidad aumentada y sus aplicaciones en educación	114
CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA	120
4.1. Introducción.	120
4.2. Justificación.....	121
4.3. Objetivos de la investigación.	122
4.4. Diseño de la investigación.	123
4.4.1. <i>Fases del estudio y enfoque metodológico</i>	124
4.4.2. <i>Variables</i>	124
4.4.3. <i>Diseño metodológico</i>	125
4.4.4. <i>Muestra</i>	125
4.4.5. <i>Instrumentos</i>	126
4.6. Implementación de la investigación.....	126
4.6.1 <i>Diseño</i>	126
4.7. Formación Previa.	128
4.7.1. <i>Sketchup</i>	128
4.7.2. <i>Aumentaty Author</i>	143

4.8. Secuencia Didáctica	150
4.9. Cuestionario	162
CAPÍTULO 5. RESULTADOS	168
5.1 Prueba T para muestras relacionadas. Grupo Experimental.	169
5.2. Prueba T de student para muestras relacionadas. Grupo Control.	183
5.3. Relación entre el grupo Experimental y el Grupo Control.	196
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES.....	217
6.1. Conclusiones	217
6.2. Propuestas para el futuro.	223
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	224

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Estadísticas de muestras emparejadas para el Grupo Experimental Pre-test-Post-test	169
Tabla 2 Correlaciones de muestras emparejadas para el Grupo Experimental Pre-test-Post-test	169
Tabla 3 Prueba de muestras emparejadas para el Grupo Experimental Pre-test-Post-test ...	170
Tabla 4 Estadísticas de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test	183
Tabla 5 Correlaciones de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test..	184
Tabla 6 Prueba de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test.....	184
Tabla 7 Correlaciones de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test	197
Tabla 8 Correlaciones de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test	197
Tabla 9 Prueba de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test.....	198
Tabla 10 Correlación de las muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test.....	199
Tabla 11 Prueba de muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test.....	199
Tabla 12 Prueba de muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test	200
Tabla 13 Prueba de muestras independientes de las medias del Grupo Experimental-Control en el Pre-test.....	201

Tabla 14 Prueba de muestras independientes de las medias del Grupo Experimental-Control en el Pre-test.....	201
Tabla 15 Prueba de muestras independiente de las medias del Grupo Experimental-Control en el Pre-test.....	202
Tabla 16 Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test.....	203
Tabla 17 Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test.....	203
Tabla 18 Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test.....	204
Tabla 19 Media de los resultados agrupados por habilidades.....	213

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 1.....	171
Gráfico 2. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	171
Gráfico 3. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 2.....	172
Gráfico 4. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	172
Gráfico 5. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 3.....	173
Gráfico 6. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	173
Gráfico 7. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 4.....	174
Gráfico 8. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	174
Gráfico 9. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 5.....	175
Gráfico 10. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	175
Gráfico 11. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 6.....	176
Gráfico 12. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	176

Gráfico 13. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 7.....	177
Gráfico 14. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	177
Gráfico 15. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 8.....	178
Gráfico 16. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	178
Gráfico 17. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo experimental pre-test.....	179
Gráfico 18. Distribución muestral de la media total del grupo experimental pre-test, comparada con su distribución normal correspondiente.....	180
Gráfico 19. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo experimental post-test.....	181
Gráfico 20. Distribución muestral de la media total del grupo experimental post-test, comparada con su distribución normal correspondiente.....	182
Gráfico 21. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 1.....	185
Gráfico 22. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo control en el Pre-test y Post-test.....	185
Gráfico 23. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 2.....	186
Gráfico 24. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo control en el Pre-test y Post-test.....	186

Gráfico 25. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 3.....	187
Gráfico 26. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo control en el Pre-test y Post-test.	187
Gráfico 27. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 4.....	188
Gráfico 28. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo control en el Pre-test y Post-test.	188
Gráfico 29. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 5.....	189
Gráfico 30. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.	189
Gráfico 31. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 6.....	190
Gráfico 32. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.	190
Gráfico 33. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 7.....	191
Gráfico 34. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.	191
Gráfico 35. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 8.....	192
Gráfico 36. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.	192

Gráfico 37. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo de control pre-test.	193
Gráfico 38. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo de control post-test.	194
Gráfico 39. Distribución muestral de la media total del grupo de control pre-test, comparada con su distribución normal correspondiente.	195
Gráfico 40. . Distribución muestral de la media total del grupo de control post-test, comparada con su distribución normal correspondiente.	196
Gráfico 41. Rendimiento medio del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.....	198
Gráfico 42. Rendimiento medio del grupo control en el Pre-test y Post-test.	200
Gráfico 43. Rendimiento medio del grupo experimental y control en el Pre-test.	202
Gráfico 44. Rendimiento medio grupo experimental y control en el Post-test.....	204
Gráfico 45. Rendimiento de cada participante en la pregunta 1 del grupo experimental y control en el Post-test.....	205
Gráfico 46. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo experimental y control en el Post-test.	205
Gráfico 47. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo experimental y control en el Post-test.	206
Gráfico 48. Rendimiento de cada participante en la pregunta 2 del grupo experimental y control en el Post-test.....	206
Gráfico 49. Rendimiento por participante en la pregunta 3 del grupo experimental y control en el Post-test.	207
Gráfico 50. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo experimental y control en el Post-test.	207

Gráfico 51. Rendimiento por participante en la pregunta 4 del grupo experimental y control en el Post-test.	208
Gráfico 52. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo experimental y control en el Post-test.	208
Gráfico 53. Rendimiento por participante en la pregunta 5 del grupo experimental y control en el Post-test.	209
Gráfico 54. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental y control en el Post-test.	209
Gráfico 55. Rendimiento por participante en la pregunta 6 del grupo experimental y control en el Post-test.	210
Gráfico 56. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental y control en el Post-test.	210
Gráfico 57. Rendimiento por participante en la pregunta 7 del grupo experimental y control en el Post-test.	211
Gráfico 58. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental y control en el Post-test.	211
Gráfico 59. Rendimiento por participante en la pregunta 8 del grupo experimental y control en el Post-test.	212
Gráfico 60. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental y control en el Post-test.	212
Gráfico 61. Diagramas de cajas para las medias totales de los cuatro grupos.	213
Gráfico 62. Diagramas de cajas para las medias totales de los cuatro grupos.	214
Gráfico 63. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa la visualización.	214

Gráfico 64. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa la racionalización.	215
Gráfico 65. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa utilización de más de una habilidad conjunta.	215
Gráfico 66. Rendimiento medio en cada una de las habilidades evaluadas.....	216

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Interfaz de Sketchup. Elaborado por el Ministerio de Educación argentino. ...	129
Ilustración 2. Barra de herramientas. Elaboración propia.....	130
Ilustración 3. Conjunto grande de herramientas. Elaborado por Ministerio de Educación argentino.	131
Ilustración 4. Conjunto grande de herramientas. Elaborado por Ministerio de Educación argentino.	132
Ilustración 5. Opción medir II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	133
Ilustración 6. Opción medir III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	133
Ilustración 7. Crear grupo. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	134
Ilustración 8. Crear componente I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino. ..	135
Ilustración 9. Agregar textura I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	136
Ilustración 10. Agregar textura II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino. ...	136
Ilustración 11. Agregar textura III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino. ..	137
Ilustración 12. Componentes prediseñados I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	138
Ilustración 13. Componentes prediseñados II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	138
Ilustración 14. Obtener modelos 3D I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	139
Ilustración 15. Obtener modelos 3D II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	140
Ilustración 16. Cuerpos de Revolución I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	140

Ilustración 17. Cuerpos de Revolución II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	141
Ilustración 18. Cuerpos de Revolución III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	142
Ilustración 19. Cuerpos de Revolución IV. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	143
Ilustración 20. Interfaz Aumentaty Author. Elaborado por Aumentaty Author.	144
Ilustración 21. Exportar objetos. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.	145
Ilustración 22. Panel izquierdo. Elaborado por Aumentaty Author.	146
Ilustración 23. Marcas RA. Elaborado por Aumentaty Author.	147
Ilustración 24. Visualización. Elaborado por Aumentaty Author.	148
Ilustración 25. Panel derecho. Elaborado por Aumentaty Author.	149
Ilustración 26. Traslación. Elaborado por Aumentaty Author.	149
Ilustración 27. Cuerpo Geométrico Realidad Aumentada. Elaboración Propia	152
Ilustración 28. Polydron. Elaborada por multitudidáticos.	152
Ilustración 29. Sólidos platónicos. Elaboración propia.	155
Ilustración 30. Adivinanzas. Elaborado por el Gobierno de Canarias.	156
Ilustración 31. Marte terraformada. Elaboración propia.	161

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.

1.1. Introducción a la investigación y motivación por el tema.

El presente trabajo de investigación surge a raíz de la experiencia en las aulas de educación primaria y universitaria, al notar que los alumnos no solo no están siendo motivados para resolver problemas de matemáticas en general y más concretamente, con todo aquello relacionado con el ámbito de la geometría. ¿Por qué decimos esto? Por una sencilla razón, la geometría es la gran olvidada de la enseñanza matemática, no solo porque suele encontrarse al final de los temarios, sino porque también se piensa (siempre de una forma generalizada) es la menos importante, dando prioridad a otras áreas matemáticas como son el álgebra o el cálculo por citar algunos, todo ello orientado a la aplicación de unos algoritmos ya preestablecidos o la utilización de métodos de forma mecánica, que implica la resolución de problemas típicos y sin darle un sentido lógico a lo que están haciendo.

Por eso la labor del docente es esencial, específicamente en la dimensión didáctica, para la concepción de una propuesta de enseñanza que provoque en el alumno la participación activa en su proceso de aprendizaje y la motivación para el estudio de las matemáticas, en especial del aprendizaje de la geometría. Es por ello que consideramos como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas (a partir de ahora se nombrará TSD o Teoría de Situaciones Didácticas) de Brousseau (1997), para proponer una situación didáctica que permita establecer un ambiente propicio, donde se pueda conectar los contenidos con los intereses de los estudiantes.

Hemos decidido estudiar los cuerpos geométricos debido a la gran presencia de estos en nuestros quehaceres diarios y al gran desconocimiento de su presencia en ellos.

La particularidad del trabajo reside en: haber introducido en el diseño de la secuencia didáctica actividades con el uso de los softwares Sketch-up y Realidad Aumentada; y considerar actividades en las que el alumno debe resolver situaciones y construir su propio conocimiento relacionado con el objeto matemático en estudio y eventualmente, usando estos Softwares.

Realizar una investigación en un área multisecular como es la Geometría tiene gran interés por la belleza de esta parte de las Matemáticas. Que dicho estudio sea en Didáctica de la Geometría, supone un reto en la propia tarea docente y los resultados de dicho trabajo son importantes por su repercusión en el aprendizaje de los alumnos y en la mejora de la enseñanza. Se inserta en esa herencia cultural que, según Rico y Sierra (2000), se transmite por medio del sistema educativo. En el currículum y en las programaciones didácticas, la Geometría, como hemos mencionado con anterioridad, suele quedar relegada al final del temario, con el consiguiente riesgo de que, por falta de tiempo, no dé tiempo a tratarla o si lo hubiera sin la temporalización adecuada. La consecuencia más directa e inmediata es la deficiente comprensión geométrica detectada en los alumnos de Primaria, Secundaria y de enseñanzas universitarias del Grado de Magisterio. Quizá, no solamente sea cuestionable el tiempo que se dedica a la Geometría, sino también la metodología empleada en su enseñanza, como se ha podido constatar en esta Tesis.

Nuestra preocupación, como profesores, es incorporar a nuestra docencia aquellas aportaciones que se han producido en el campo de la Didáctica, y en concreto, de la enseñanza de la Geometría, junto con las más novedosas y eficaces Tecnologías de la Información y la Comunicación (a partir de este momento se las llamara TIC) e investigar y proponer modelos didácticos eficaces para su consecución.

Esta investigación nace de un estudio riguroso de la bibliografía relacionada con las teorías sobre el aprendizaje matemático, como es el caso de la Teoría de Situaciones

Didácticas (a partir de este momento se nombrará como TSD) de forma general, pero sobre todo en investigaciones bajo estas primas centradas en la Geometría; y utilización de las TIC en la enseñanza. No obstante, también se estudiaron otras teorías en investigaciones sobre Geometría como base referencial para el desarrollo de la tesis.

1.2. Planteamiento del problema.

El origen de este trabajo es el análisis de los resultados de los alumnos de Educación Primaria en las pruebas externas de la Comunidad de Madrid. Los peores resultados resultaban ser los de Geometría, lo que es muy paradigmático, puesto que, es la parte de las Matemáticas más intuitiva y visual. Ahí precisamente radicaba el problema. Esta comprensión media en Geometría inferior a la supuesta, se viene observando durante varios cursos, por lo que, se decidió tratar el problema desde lo que pensamos que es su raíz, la Formación del Profesorado. Por otra parte, se aprecia una relación entre estos resultados y los obtenidos a nivel nacional donde se constata un deficiente rendimiento en Matemáticas, basta analizar el Informe PISA 2003 (INECSE, 2004), que fue la prueba especialmente dedicada a las Matemáticas, en el que España obtuvo de las peores calificaciones de un total de treinta países, mientras que países como Finlandia u Holanda, coparon los primeros puestos. Los resultados que obtuvo España en las pruebas de Matemáticas durante los años 2003, 2006 y 2009 son inferiores a la media europea.

Teniendo en cuenta todo ello, se decidió abordar el problema de la comprensión en Geometría desde donde creemos que es su origen, la formación de los futuros maestros, que son a su vez los que enseñarán estos conocimientos. Por ello se eligió a los alumnos de 4º curso del Grado de magisterio en Educación Primaria. Se investigaron y consideraron diferentes teorías relacionadas con el aprendizaje de Geometría para determinar cuál era la más óptima para nuestros objetivos, aunque como hemos mencionado anteriormente se optó

por la Teoría de las Situaciones Didácticas; entre las consultadas y que finalmente fueron descartadas destacan: el modelo de los niveles de Van Hiele con sus fases de aprendizaje y las primeras investigaciones realizadas en Estados Unidos (Van Hiele, 1957, 1986; Usiskin, 1982; Mayberry, 1983; Burger y Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes y Tischler, 1988), y también las aportaciones de los grupos españoles y de la SEIEM (Jaime, 1993; Corberán y otros, 1994; Guillén, 2004), así como el modelo cognitivo sobre la formación de los conceptos geométricos “imagen del concepto-definición del concepto” basado en la visualización (Vinner, 1975, 1983; Hershkowitz, , 1989), la teoría de los conceptos figurales de Fischbein (1993), el modelo cognitivo de Duval (1998), la propuesta de utilización de ejemplos y contraejemplos en la formación de conceptos geométricos (Tsamir, Tirosh y Levenson, 2008) y las consideraciones sobre los distractores de orientación (Burger y Shaughnessy, 1986).

El estudio se centró en determinar el modo de desarrollar la secuencia didáctica basándonos en la Teoría de las Situaciones Didácticas para la enseñanza de los “Cuerpos Geométricos” en el alumnado de 4º curso del Grado de Magisterio de Ed. Primaria. Es decir, proponer e implementar un modelo alternativo para la enseñanza de este campo de la Geometría. Se trata, por tanto, de una implementación metodológica, en la que se intenta determinar la eficacia de ella., incorporando las TIC, en este caso el software Sketch-up y la Realidad Aumentada.

Consultando la bibliografía, se constató que, aunque los estudios sobre Geometría utilizando como marco teórico esta la Teoría de Situaciones Didácticas eran abundantes, no existían precedentes de una implementación de una secuencia didáctica para la formación de los futuros maestros, que incluyera las citadas herramientas TIC.

Se elaboró un cuestionario, a modo de fase de indagación y que sirvió para medir los conocimientos de comprensión en Geometría que tienen los alumnos antes y después, para así poder medir su rendimiento, después de la puesta en práctica de dicha secuencia didáctica.

En su diseño se tuvo en cuenta el currículum de la Comunidad de Madrid, los estándares o conocimientos esenciales de Matemáticas establecidos para Ed. Primaria y primeros cursos de la E.S.O.

El cuestionario, tras su validación por los expertos, consta de 75 ítems, que es el que se ha utilizado para esta Tesis. La investigación tuvo un diseño metodológico de carácter cuasi-experimental con pre-test y post-test. Se eligieron dos grupos semejantes para la realización de ellos. Al grupo experimental se le aplicó dicha secuencia didáctica elaborada para la investigación, basadas en la Teoría de Situaciones, acompañada de las TIC's (Sketch-up y Realidad Aumentada); mientras que el grupo de control siguió la metodología tradicional, para a posteriori y gracias a los test, medir el rendimiento en cada uno de los grupos estudiados.

1.3. Objetivos y Grado de innovación previsto.

Como se ha dicho anteriormente, el objetivo fundamental de la Tesis es la implementación de una secuencia didáctica y la comprobación experimental de su eficacia. Se plantea en varios objetivos. La innovación radica por una parte, en el enfoque de la aplicación de la Teoría de Situaciones Didácticas junto con las TIC's, más concretamente Realidad Aumentada y el diseño asistido por ordenador; partiendo del conocimiento de los alumnos y, por otra, en el diseño de un doble instrumento metodológico consistente, en un cuestionario de medición del rendimiento en Geometría y, en una secuencia didáctica teniendo en cuenta sus conocimientos de partida, todo ello teniendo en cuenta las teorías

sobre la comprensión y la formación del concepto geométrico más importantes en la actualidad.

1.3.1 Objetivos de la investigación

1. Comprobar la eficacia de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado de Educación primaria en la capacidad para interpretar, analizar y comunicar elementos geométricos.
2. Evaluar si la eficacia de la aplicación de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” mejora la visualización espacial de los alumnos, frente a una metodología tradicional.
3. Verificar si los alumnos que han seguido la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” han mejorado su capacidad de razonamiento ante situaciones problemáticas, frente a los alumnos del grupo Control.
4. Corroborar la eficacia de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado de Educación primaria en la capacidad para la utilización de varias habilidades de forma conjunta, ante la resolución de problemas.
5. Comprobar si la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado de Educación una vez transcurridos varios meses de su puesta en práctica.

Esta exposición de objetivos detallamos el grado de innovación previsto y concretar las aportaciones que se pretenden realizar con la investigación.

1.4. La Didáctica de las Matemáticas en España

La enseñanza de las Matemáticas ha sufrido muchos altibajos, pero es en la primera mitad del siglo XX, cuando la Geometría sufrió un declive debido a diversos factores, pero el principal sin lugar a dudas, fue la influencia de la Matemática Moderna que otorgó el protagonismo a la teoría de conjuntos y a las estructuras algebraicas. En la actualidad, la Geometría ha recuperado su importancia en el ámbito de la enseñanza. Gracias sobre todo a la creciente consideración de la Didáctica de las Matemáticas como Ciencia (Cabellos, 2013). Pese a que no aparece en la Nomenclatura Internacional de UNESCO para los campos de Ciencia y Tecnología, fue a partir del año 2000, donde figura en la clasificación de campos y materias de la *American Mathematical Society* (97-XX) (Guzmán, 2005). Una prueba de ello es la gran cantidad de literatura existente. La institución clave en la organización y desarrollo de la Didáctica de la Matemática es la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM, que fue constituida en 1996. Actualmente está constituida por 215 socios y se organiza en grupos de trabajo según diferentes líneas de investigación (Rico y Sierra, 2000).

Además de la SEIEM y de los departamentos universitarios, otros organismos se dedican a la investigación en Didáctica de las Matemáticas:

- El Centro de Investigación, Documentación y Evaluación (CIDE) ha promovido y financiado investigaciones sobre enseñanza, aprendizaje y evaluación en Matemáticas.
- Las sociedades de profesores de Matemáticas, coordinadas por la Federación Española de Profesores de Matemáticas.
- La Real Sociedad Matemática Española (Cabellos, 2013).

1.5. Estructura de la Tesis.

La presente Tesis de investigación se estructura en seis capítulos, de los cuales el primero se encarga de la introducción, los dos siguientes se dedican al Marco Teórico y Estado del Arte, los tres posteriores constituyen el estudio empírico organizado en Metodología, Resultados y su discusión, y a las Conclusiones, y el capítulo final está dedicado a la Bibliografía.

Este primer capítulo es una introducción y está dedicado a formular el problema, plantear la investigación y establecer los objetivos generales y específicos de la misma. Se expone la metodología utilizada para lograr dichos objetivos y se dan unas breves pinceladas sobre la situación de la didáctica de las Matemáticas en España.

El capítulo 2, bajo el título, se describe el marco teórico en el que se inscribe la Tesis, exponiendo la Teoría de las Situaciones Didácticas. Se analiza el software Sketch-up y la Realidad Aumentada, y la relación de las TIC's con las Matemáticas y en particular con la Geometría. Concluye el capítulo con la concreción del marco teórico en la presente investigación.

El capítulo 3 se dedica a presentar el Estado del Arte, es decir, las investigaciones sobre la Geometría, prestando especial atención a la contextualización en España. Se muestran algunas investigaciones, destacadas por su relevancia, desarrolladas con diferentes marcos y modelos teóricos, y la utilización de softwares de Geometría Dinámica.

En el capítulo 4, se expone la metodología utilizada en la Tesis. Se detallan los objetivos, las hipótesis del estudio y el diseño de la investigación, mostrando la metodología de cada uno de los objetivos empíricos.

El capítulo 5, se presenta detalladamente los resultados obtenidos tras analizar el pre-test y el post-test de los dos grupos, el control y el experimental, así como la discusión de los mismos.

En el capítulo 6 se exponen las conclusiones y propuestas de trabajo futuro, ya que, en el proceso de realización de la Tesis, se han identificado temas que supondrían un complemento de la presente investigación, pero que seguirlas habría supuesto salirse del tema.

Finalmente, el último apartado donde mostramos la bibliografía empleada para ello.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO

2.1. Introducción

Desde los años 70 los cambios producidos en la enseñanza de las Matemáticas han sido constantes. Quizá la mayor transformación radica en el modo de entender cómo se construye el pensamiento matemático en el aula. El aprendizaje se concibe, actualmente, como un proceso activo y constructivo (Cabello, 2013). Sin embargo tanto los informes PISA 2003 (INECSE, 2004), Sistema Estatal de indicadores de la Educación (INEE, 2015), Evaluación General de Diagnóstico (INEE, 2011), como el sentir social reflejan las carencias matemáticas en los alumnos. Y esas carencias derivan en gran parte, en la escasa formación medida en número de créditos en Matemáticas, que reciben los alumnos que se preparan para ser maestros de Primaria y de formación didáctica de los futuros profesores de Secundaria (Sánchez y López, 2011; Rico, 2012).

Se citan, a continuación, algunos datos consultados en los planes de estudio de los grados de Maestro en Primaria y Matemáticas y del Máster Universitario de Profesor de Educación Secundaria de la Universidad Autónoma de Madrid, por ser donde se presenta esta Tesis.

- La formación inicial matemática de los maestros de Educación Primaria es un 7,5 % del total de créditos ECTS del grado. Ciertamente, si se desea, uno puede hacer el itinerario para especializarse en Matemáticas, en donde el porcentaje total de créditos en formación matemática ascendería al 26%. (UAM, 2014).
- Afortunadamente esta carencia se compensa con el Máster Universitario en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, en el que la formación en

Didáctica de las Matemáticas supone un 73 % del total de créditos ECTS (UAM, 2016).

Por ello la Didáctica de las Matemáticas es importante, para tratar de resolver estos retos profesionales (Rico, 2012; Sierra, 2011).

2. La falta de recursos informáticos y la poca formación docente en ello, es una realidad con la que nos encontramos a diario. Esto impide la utilización de nuevos recursos que motiven y facilitan la asimilación y comprensión de los nuevos contenidos enseñados.

Lo anterior permite hacer hincapié en que si el modo de enseñar la Geometría en Educación Primaria, Secundaria Obligatoria y Bachillerato está demasiado vinculado al papel y lápiz en el caso del alumno, o a la pizarra y la tiza en el caso del profesor, la comprensión de la Geometría dependerá, en gran parte, de las habilidades de dibujo tanto de los alumnos como del profesor (Cabello, 2013).

Quizá, por esta realidad de la enseñanza de las Matemáticas en general, y la de la Geometría en particular; si su enseñanza se centra en desarrollar capacidades deductivas y se omite la interacción, los alumnos tendrán dificultades para entender y aprender la materia.

3. Una realidad esencial en las aulas es la atención a la diversidad. Desde Primaria, cohabitan alumnos con distintas dentro del mismo ecosistema que es el aula. En Matemáticas la atención a la diversidad y la adecuación a cada uno, cobra especial relevancia.

2.2. Competencia matemática

Conforme avanza las sociedades los modelos epistemológicos varían acorde con las tendencias nuevas en la filosofía de las matemáticas debería adoptar los siguientes supuestos sobre las matemáticas.

- ” La matemática es una actividad humana que implica solución de problemas. En la búsqueda de respuestas o soluciones a estos problemas externos o internos emergen y evolucionan progresivamente las técnicas, reglas y sus respectivas justificaciones, las cuales son socialmente compartidas. La competencia matemática requiere familiaridad con los tipos de problemas y los recursos disponibles para su solución.

- La competencia matemática requiere dominio y fluidez en el uso de los recursos lingüísticos y operatorios, es competencia comunicativa. En la actividad matemática se utilizan estos recursos lingüísticos y expresivos que desempeñan un papel comunicativo e instrumental.

- La matemática es un sistema de reglas (definiciones, axiomas, teoremas), que tienen una justificación fenomenológica y están lógicamente estructuradas. La competencia matemática requiere el dominio de los sistemas matemáticos disponibles y capacidades de resolver nuevos problemas (comprensión relacional).

En síntesis podemos distinguir tres facetas básicas en el conocimiento matemático:

- El componente práctico que comprenden situaciones-problema y técnicas de resolución.

- El componente discursivo-relacional, formado por el sistema de reglas y justificaciones.

- El componente lingüístico, en el que se apoyan ambos componentes, por lo que el lenguaje matemático (en sus diversos registros) constituye un tercer componente sin el cual los otros dos no pueden desarrollarse.” (Gómez, 2003).

El reconocimiento de la complejidad del conocimiento matemático debe llevarnos a admitir también una difícil adquisición para el logro de la competencia y comprensión matemática, las cuales no pueden ser concebidas como estados dicotómicos, esto es, se tiene o no competencia, se comprende o no se comprende un tema matemático sino que se tratan más bien de procesos en progresivo conocimiento y mejora. (Godino, 1992).

La atención a estos tres aspectos o dimensiones de las matemáticas está en la base de la Teoría de Situaciones Didácticas, quien propone un diseño de situaciones de formulación, comunicación, validación e institucionalización como complementos imprescindibles de las situaciones de acción o investigación.

El tipo de discurso realizado por el profesor y los alumnos es un aspecto central determinante de lo que los alumnos aprenden sobre matemáticas. Si el núcleo de la comunicación solo se produce del profesor hacia los alumnos, de forma escrita a través de la pizarra, los alumnos aprenderán unas matemáticas distintas, y adquirirán una visión diferente de las matemáticas que si tiene lugar una comunicación más rica entre el profesor y alumnos y estos entre sí (Gómez, 2003).

Además, las situaciones de acción deben estar basadas en problemas genuinos que atraigan el interés de los alumnos a fin de que estos los asuman como propios y deseen resolverlos; constituyen un primer encuentro de los alumnos con los objetos matemáticos implícitos, en el que se les ofrece la oportunidad de investigar por sí mismos posibles soluciones, bien individualmente o en pequeños grupos. La Teoría de Situaciones

Didácticas constituye una teoría de aprendizaje organizada de las matemáticas, esto es, una teoría de instrucción matemática en consonancia con los presupuestos epistemológicos y cognitivos expresados anteriormente (Godino, 2000).

2.3. Aprendizaje en Matemáticas

Partimos de que el aprendizaje se produce por adaptación al medio, a una situación concreta, y los conocimientos se adquieren por progresos relativamente discontinuos que suponen rupturas cognitivas, cambios de modelos implícitos y de concepciones.

(Brousseau, 1983). Esta concepción del aprendizaje se apoya básicamente en tres principios:

- i) “El aprendizaje es un proceso de construcción del conocimiento y no de mera retención y absorción del mismo.
- ii) El aprendizaje es dependiente del conocimiento previo del alumno, pues utiliza el conocimiento que ya posee para construir nuevo conocimiento.
- iii) El alumno es consciente de sus progresos cognitivos, y puede llegar a controlarlos y regularlos” (Anthony, 1996).

El aprendizaje resulta ser el proceso personal de construcción significativa del conocimiento, para lo que se necesita participación activa, en vez de una simple recepción de normas y conocimiento objetivado (Bauersfeld, 1994).

En este marco surge la metáfora del desarrollo individual respecto al concepto aprendizaje: el desarrollo individual se basa en la participación de los alumnos en las actividades de la comunidad, como parte de ella que son. Nadie que se dedique a la didáctica de las matemáticas, en cualquiera de los niveles, puede dejar de reconocer en la actividad de resolución de problemas una característica esencial, central: hacer matemática es, ante todo, resolver problemas. Además, estaremos de acuerdo en que la resolución de problemas

y sobre todo el saber cómo enfrentarse a estas situaciones problemáticas constituyen un vehículo excelente para la formación de conceptos matemáticos (D'Amore 1997).

2.4. Resolución de problemas y desarrollo de competencias

En los currículos educativos, tanto a nivel nacional, como autonómico, se puede encontrar el tema “Problemas”, y este tema tiene una justificación clara. En el pensamiento matemático una de sus principales características es la preocupación por la resolución de problemas y esto está en sintonía con la tendencia natural del niño a hacer preguntas y a buscar respuestas. Por consiguiente las nociones matemáticas más básicas se apoyan y se construyen partiendo de situaciones problemáticas, que ofrecen y dan la oportunidad de comprobar qué estrategias resolutorias utiliza y cuáles son las dificultades que se pueden llegar a encontrar (D'Amore 1997).

La resolución de problemas al utilizarse como recurso metodológico puede contribuir a desarrollar las capacidades de los estudiantes. De hecho, la capacidad para resolver problemas englobaría a todos los demás, ya que cuando resolvemos problemas ponemos en juego la mayor parte de capacidades deseables en un matemático. (García, 1992). “Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados” (Polya, 1981). Según Hofstadter (1989) existen unas capacidades de la inteligencia que pueden desarrollarse en cualquier disciplina:

- Contestar a situaciones con cierta flexibilidad.
- Aprovecharse de las circunstancias fortuitas.
- Encontrar semejanzas entre situaciones distintas.

- Encontrar diferencias entre situaciones semejantes.
- Asimilar y sintetizar nuevos conceptos partiendo de los viejos y uniéndolos de manera nueva.
- Proponer ideas nuevas.
- Modificar hipótesis previamente formuladas.

Especialmente el campo de las matemáticas, estas capacidades pueden desarrollarse más y mejor que en ninguna otra disciplina, pero siempre y cuando sea a través de la resolución de problemas. Los problemas tienen que ser vistos como situaciones que se resuelven mediante un proceso razonado en el que se dan oportunidades a los estudiantes para que se cuestionen, experimenten, hagan conjeturas y ofrezcan explicaciones.

2.5. Didáctica de las Matemáticas

¿En qué sentido se utiliza la palabra didáctica en la actualidad? ¿Por qué se habla de Didáctica de las Matemáticas? Para poder responder a estas cuestiones, es necesario revisar brevemente los usos de la palabra didáctica. Sin duda cuando se habla de enseñanza, se utiliza la palabra didáctica. Ian Amos Comenius introdujo esta palabra en su obra “Didáctica Magna”, dándole el significado de “arte de enseñar”. De la misma forma aparece en el diccionario de la Real Academia Española. Hasta aquí, podemos ver que se usa el término didáctica como sinónimo de Metodología. El pedagogo alemán Heinz Griesel, define: “La Didáctica de las Matemáticas es la ciencia del desarrollo de las planificaciones realizables en la enseñanza de la matemática” (citado en Vidal, 2009). Una interpretación que da importancia a los programas, a las secuencias de enseñanza, a la elaboración de manuales; es decir, nuevamente reducida al método. En efecto,

cuando hablamos de material didáctico lo hacemos utilizando “didáctico” como un adjetivo (Vidal, 2009).

En los años 70’ surge en Francia la acepción de “Didáctica de las Matemáticas” por Brousseau, quien levanta bajo este nombre una nueva disciplina científica que estudia la comunicación de conocimientos y de sus transformaciones, por medio de una epistemología experimental que intenta teorizar sobre la producción y circulación de los saberes. Su campo de estudio corresponde a los fenómenos que ocurren en la enseñanza de la matemática, relacionados con los alumnos, los contenidos matemáticos y los agentes educativos. Se pueden distinguir tres etapas según diferentes acepciones de la palabra didáctica:

- Etapa Antigua: En la cual, era suficiente que el profesor dominara muy bien su disciplina y lo didáctico se le atribuía a sus cualidades como enseñante.
- Etapa Clásica: Se introduce la investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas. Los estudios realizados son liderados por la psicología de la educación, con aportes de otros teóricos como: Piaget, Vigotsky, Ausubel, entre otros, a tal punto que incluso se publican libros con el nombre de Didáctica de las Matemáticas, que se refieren a estos estudios o bien a estrategias metodológicas basadas en estas ideas.
- Etapa actual: Se empieza a concebir la Didáctica de las Matemáticas como ciencia, en la que no sólo se considera los aportes de la etapa clásica (desde otras disciplinas) sino que se abordan fundamentalmente y como punto de inicio, las propias matemáticas. Por tanto, para investigar en Didáctica de las Matemáticas, es necesario contar con un equipo

multidisciplinar con expertos en matemáticas, pero vistas desde distintas disciplinas. “La acepción de didáctica es específica de la disciplina, y por tanto, no se sostiene la idea de una didáctica general, sometida a la pedagogía, sino al conjunto de didácticas (de la matemática, de la física, de la biología, de la historia, etcétera), que tienen su particularidad en los problemas que emergen de sus propios objetos de conocimiento, en los procesos de enseñanza y aprendizaje de éstos. Hay que notar que el campo metodológico acá resulta ser parte de la Didáctica de las Matemáticas, pues el término “didáctica” aparece como sustantivo” (Cabello, 2013).

2.5.1. La Didáctica de la Matemática de la Escuela Francesa.

La denominada “escuela francesa de Didáctica de la Matemática” nació en los años setenta, de las preocupaciones de un grupo de investigadores, en su mayoría matemáticos de habla francesa, de ahí el nombre; por descubrir, analizar e interpretar los fenómenos y procesos ligados a la adquisición, comprensión y a la transmisión del conocimiento matemático. En esta escuela se destacan dos visiones epistemológicas, claramente diferenciadas. Por un lado, la corriente que dice que la identificación e interpretación de fenómenos y procesos del cual es objeto de interés, supone el desarrollo de un cuerpo teórico, y no puede reducirse a observaciones realizadas a partir de experiencias aisladas, ni de cuestionarios de opinión; y por otro lado, la convicción de que ese cuerpo teórico debe ser específico y solo del saber matemático, y no puede provenir de la simple aplicación de una teoría ya desarrollada en otros dominios (como en el caso de la psicología o la pedagogía entre otras).

2.6. La Teoría de Situaciones Didácticas

2.6.1 La Didáctica Fundamental.

El marco didáctico del que vamos a partir dentro de lo que conocemos como Didáctica de las Matemáticas es lo que se denomina “Didáctica Fundamental”, que se trata de una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos en Didáctica de las Matemáticas.

Como característica de esta línea, llamada por sus autores “fundamental”, puede citarse que uno de sus objetivos principales es el interés por establecer un marco teórico original, desarrollando sus propios conceptos y métodos. Los modelos desarrollados comprenden dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas, y tratan de tener en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber matemático, los alumnos y el profesor, dentro un contexto, que no es otro que la clase.

Una característica relevante de estos marcos teóricos, aunque no sea original ni exclusiva de la Didáctica Fundamental, es su consideración de los fenómenos que se producen en la relación enseñanza-aprendizaje, todo ello bajo un enfoque sistémico.

El funcionamiento que conlleva un hecho didáctico no se explica estudiando por separado cada uno de sus componentes, sino que hay que considerar de forma conjunta los sistemas didácticos presentes en una clase, que están formados por el profesor, los alumnos y el saber enseñado.

La Didáctica Fundamental, de origen sistémico, tiene como núcleo generador la Teoría de las Situaciones Didácticas, de Guy Brousseau, además de las aportaciones realizadas por otros investigadores como Chevallard, Vergnaud, Douady, Artigue, etc.

Entre algunos de los objetos de estudio y elementos de modelización que necesitamos trabajar son los siguientes, atendiendo a las interacciones entre los vértices del triángulo:

- Respecto al subsistema Alumno-Profesor: El contrato didáctico.
- Respecto al subsistema alumno-saber: Los errores. Los obstáculos.
- Respecto al subsistema profesor-saber: La transposición didáctica. Los obstáculos didácticos.

2.6.2 La Teoría de Situaciones.

Se trata de una teoría de la enseñanza, que busca las condiciones idóneas para una creación artificial de los conocimientos matemáticos, bajo la hipótesis de que los mismos no se construyen por ciencia infusa o de forma espontánea. Guy Brousseau (1999) afirma que:

“(…) La descripción sistemática de las situaciones didácticas es un medio más directo para discutir con los maestros acerca de lo que hacen o podrían hacer, y para considerar cómo éstos podrían tomar en cuenta los resultados de las investigaciones en otros campos. La teoría de las situaciones aparece entonces como un medio privilegiado, no solamente para comprender lo que hacen los profesores y los alumnos, sino también para producir problemas o ejercicios adaptados a los saberes y a los alumnos y para producir finalmente un medio de comunicación entre los investigadores y con los profesores.”

La Teoría de Situaciones Didácticas está sustentada en una concepción constructivista, en el sentido piagetiano del aprendizaje, concepción que es caracterizada por Brousseau (1986) de esta manera:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje.”

El alumno aprende por adaptación a las distintas situaciones que el profesor le plantea en un contexto escolar.

“En este modelo de aprendizaje por adaptación, las variaciones en las condiciones del medio, las acciones y las retro-acciones, producen como respuesta comportamientos de los alumnos tendentes a modificarlo, de manera que tras una situación en desequilibrio se pueda alcanzar un equilibrio interno.” (Chamorro 1999)

El medio es fundamental en este planteamiento, pues es el conjunto de límites dentro de los cuales el alumno puede actuar libremente y ejercer su racionalidad. Pero además estos límites deben garantizar el funcionamiento de la actividad.

2.6.3 Las situaciones didáctica / a-didácticas.

El papel fundamental que esta teoría entrega a la “situación” en la construcción del conocimiento se ve reflejado en la descripción que se toma de Brousseau (1999):

“Hemos llamado ‘situación’ a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren de la adquisición ‘anterior’ de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso genético”.

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Brousseau, en 1982, la definía de esta manera (citado en Gálvez, 1994):

“Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.”

La idea de crear y diseñar situaciones que den la posibilidad al alumno de construir el conocimiento tuvo como consecuencia la necesidad de otorgar un papel central dentro del contexto educativo, a la existencia de lo que se denomina “momentos de aprendizaje”, que vienen siendo los momentos en los cuales el alumno se encuentra solo frente a la resolución de un problema, o situación problemática, sin que el docente pueda intervenir en ellas. El darse cuenta de lo necesario que son esos momentos dio lugar a la noción de situación a-didáctica), que Brousseau define de la siguiente forma (1986):

“El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno (buenas o malas) sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.”

Johsua y Dupin (1993, Cap. V) sintetizan así la manera en que estas hipótesis y conceptos se articulan en la teoría:

“(…) Lo que caracteriza la perspectiva constructivista, es la voluntad de poner al alumno en situación de producir conocimientos (en general reformulando y luchando contra conocimientos anteriores) en referencia en primer lugar al problema, y no en primer lugar a la intención de la enseñanza. Es la presencia y la funcionalidad en la

situación didáctica de una etapa de situación a-didáctica la marca principal de la diferencia con las situaciones estrictamente formales.”

Tras esto, es conveniente revisar y analizar las cuestiones derivadas de los conceptos que acabamos de introducir. Según Panizza (2003) al principio, es posible confundirse con la interpretación de los términos “situación didáctica” y “a-didáctica”. La situación didáctica es una situación que contiene, dentro de sí misma, la intención de que el sujeto aprenda algo. Esta intención no desaparece en la situación o fase a-didáctica puesto que la no intencionalidad contenida en este constructo, se refiere a que el alumno debe afrontar y trabajar con él, respondiendo al mismo en base a sus conocimientos previos, motivado por el problema y no por orden del docente, y sin que este intervenga directamente ayudándolo a encontrar una solución.

Por otro lado, al definir el concepto de situación a-didáctica hay que tener en cuenta diversos aspectos que es conveniente analizar uno a uno y que según Panizza (2003) son:

“El carácter de necesidad de los conocimientos: la situación está diseñada de manera que el conocimiento al que se apunta sea necesario para la resolución, en el sentido de que la situación (...) no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende (...). “

El entendimiento de esta idea es esencial para el análisis didáctico de una situación, y a su vez para poder identificar en una secuencia los distintos aspectos a los que se apunta en cada etapa. No obstante, el problema reside en que a menudo se no se distingue dos conceptos, lo que es necesario con lo que es posible de utilizar como procedimiento para la resolución de problemas, y como consecuencia a ello, se confunden los conocimientos que se requieren o no para dominar la situación.

Un buen ejemplo para entender esta cuestión es pensarlo por la vía negativa, es decir,

por los conocimientos que no necesitamos para dominar una situación. Por ejemplo, si al reunir sobre la mesa dos colecciones de 20 y 13 cromos respectivamente, se pregunta por la cantidad total de cromos, no es cierto que sea necesario realizar el cálculo de la suma, ya que, la operación “ $20 + 13$ ” es una de las muchas posibilidades que tenemos para adicionar cantidades. Como las colecciones están disponibles, los alumnos pueden reunir los cromos y contar el total o realizar sobreconteo, por ejemplo. Cuando las colecciones no están disponibles, en cambio, el cálculo de la suma es necesario para “dominar de manera conveniente” este problema de adición de cantidades. Otras pueden exponer que los discentes pueden acudir a representaciones de las dos cantidades y evitar el cálculo contando el total. También puede decirse que los alumnos podrían evitar el cálculo si en vez de contar utilizan los dedos. Efectivamente, en ciertas situaciones pueden surgir estrategias que no requieran el cálculo.

“Ahora bien, esos procedimientos pueden ser bloqueados desde la situación si se busca hacer evolucionar hacia el cálculo los procedimientos de los alumnos.

Efectivamente, si no se brindan medios para poder realizar representaciones o si las cantidades (de cromos) son muy grandes, los alumnos no podrán utilizar los procedimientos de conteo o sobreconteo ni con palitos ni con sus dedos, y el cálculo será necesario. Este análisis muestra que existen características de la situación (en este caso la disponibilidad de medios para representar y el tamaño de los números) que el docente puede variar de manera tal que se modifiquen las estrategias posibles de resolución y en consecuencia el conocimiento a construir. Esta idea será formalizada más adelante en este artículo, al presentar la noción de variable didáctica, concepto central de la teoría” (Panizza, 2003).

Según Panizza (2003) “La noción de sanción no debe entenderse como castigo por una culpa, o equivocación” La idea es que la situación debe estar organizada de manera tal que el alumno sea capaz de interactuar con un medio que le ofrezca un feedback sobre su producción. Esta información debe ser capaz de permitir al alumno que pueda juzgar por sí mismo los resultados de su acción, y que tenga posibilidad de intentar nuevas resoluciones son criterios fundamentales para que por sí mismo establezca relaciones entre sus elecciones y los resultados que obtiene. El gran progreso cognoscitivo que realiza un niño, y que la Psicología Genética ha puesto en claro, consiste en poder pasar de “lo empujé y se movió” a “si lo empujo se mueve”. Este análisis permite también advertir sobre la importancia y el significado del principio de “no intervención” del docente en este proceso: la situación a-didáctica es concebida como un momento de aprendizaje (y no de enseñanza); los alumnos deben encontrar por sí mismos relaciones entre sus elecciones y los resultados que obtienen (Panizza, 2003).

La “no intervención” del maestro en relación al saber: Una vez establecida la importancia y el significado de la no intervención del maestro en la situación a-didáctica, queda aún por comprender que la entrada en una fase a-didáctica es algo que debe gestionar el mismo maestro. Esto dio lugar al concepto de “devolución” desarrollado por Brousseau (1998, Cap.V):

“La devolución es el acto por el cual el enseñante hace aceptar al alumno la responsabilidad de una situación de aprendizaje (a-didáctica) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia.”

No obstante, Margolinas (1993, capítulo I), señala una interpretación errónea de lo que Brousseau pronunció como noción de situación a-didáctica: “En efecto, no es el silencio del maestro lo que caracteriza las fases a-didácticas, sino lo que él dice. En la devolución el maestro se despoja de la parte de responsabilidad que es específica del saber a enseña (...) destaca que esto no significa que el maestro se retire o se transforme en un espectador. (...) la devolución parece ser un proceso que se desarrolla durante toda la situación a-didáctica, y no solamente en la fase de establecimiento (...). El maestro es entonces responsable no solamente de una simple disciplina aceptable en la clase, sino menos superficialmente, del compromiso persistente del alumno en una relación a-didáctica con el problema (...)”

Al comienzo de la formación en didáctica, al docente puede resultarle difícil encontrar intervenciones que permitan esta relación del alumno con el problema, sin hacer indicaciones sobre cómo resolverlo. Según Panizza (2003), si no es el silencio del maestro lo que caracteriza estas fases, sino lo que él dice, el maestro se pregunta ¿qué se puede decir? Lo que se puede es dar ánimos para la resolución, decir que hay diferentes maneras de hacerlo, anunciar que luego se discutirán, recordar restricciones de la consigna, etc. Las intervenciones del profesor estarán encaminadas a que los alumnos inicien y se mantengan en la tarea. Otra noción importante de la teoría es la de “variable didáctica”. Tal y como define Brousseau en 1998:

“La noción de variable didáctica (...) las situaciones didácticas son objetos teóricos cuya finalidad es estudiar el conjunto de condiciones y relaciones propias de un conocimiento bien determinado. Algunas de esas condiciones pueden variarse a voluntad del docente, y constituyen una variable didáctica cuando según los valores que toman modifican las estrategias de resolución y en consecuencia el conocimiento necesario para resolver la situación.”

Como menciona el investigador Brousseau (1995)

“Se pueden utilizar valores que permiten al alumno comprender y resolver la situación con sus conocimientos previos, y luego hacerle afrontar la construcción de un conocimiento nuevo fijando un nuevo valor de una variable. La modificación de los valores de esas variables permiten entonces engendrar, a partir de una situación, ya sea un campo de problemas correspondientes a un mismo conocimiento, ya sea un abanico de problemas que corresponden a conocimientos diferentes.”

2.6.4 Tipología de las Situaciones.

La teoría distingue tres tipos de situaciones didácticas: son las situaciones de acción, de formulación y de validación.

2.6.4.1 Situaciones de acción.

El alumno actúa sobre el medio, de modo que formula, prevé, y explica la situación. En una situación de acción se llama medio a todo aquello que actúa sobre el alumno, o bien aquello sobre lo que el alumno actúa, éste es el sistema antagonista del alumno. Organiza las estrategias a fin de construir una representación de la situación que le sirva de modelo y le ayude a tomar decisiones. Las retroacciones proporcionadas por el medio funcionan como sanciones de sus acciones. Hay entonces una movilización y creación de modelos implícitos. Para que la situación sea a-didáctica se necesitan una serie de requisitos:

- Que exista un procedimiento de base insuficiente.
- Que el medio permita retroacciones y que el juego sea repetible
- Que se requiera, de forma lógica, el conocimiento buscado para pasar de la estrategia de base a la estrategia óptima.

2.6.4.2 Situaciones de formulación.

El alumno intercambia con una o varias personas informaciones. Esta comunicación puede conllevar asimilaciones y también contradicciones. Las interacciones entre el emisor y el receptor pueden producirse a través de acciones sin codificación, o bien a través de un lenguaje. En cualquier caso el fracaso de un mensaje obliga a su revisión. Finalmente se crea un modelo explícito que pueda ser formulado con ayuda de signos y reglas, conocidas o nuevas. Para que la situación sea a-didáctica se necesitan una serie de requisitos:

- Que haya necesidad de comunicación entre alumnos cooperantes.
- El medio debe forzar al alumno a utilizar sus conocimientos para producir formulaciones

2.6.4.3 Situaciones de validación.

El alumno debe hacer declaraciones que se someterán a juicio de su interlocutor. Se produce entonces una interacción entre varios y el interlocutor debe protestar, rechazar una justificación que él considere falsa, probando sus afirmaciones. La discusión no debe desligarse de la situación, para evitar que el discurso se aleje de la lógica y la eficacia de las pruebas. Para que la situación sea a-didáctica se necesitan una serie de requisitos:

- Que haya necesidad de comunicación entre alumnos oponentes.
- Que el medio permita retroacciones a través de la acción (mensajes), y con el juicio del interlocutor.

2.6.5 Institucionalización.

El concepto que presentamos aquí es el de institucionalización, definido así por Brousseau (1994), “La consideración “oficial” del objeto de enseñanza por parte del alumno, y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y

una fase esencial del proceso didáctico: este doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.”

La institucionalización es de alguna manera complementaria a la devolución.

Brousseau (1986) reconoce en estos dos procesos los roles principales del maestro, y afirma:

“(…) En la devolución el maestro pone al alumno en situación a-didáctica o pseudo a-didáctica. En la institucionalización, define las relaciones que pueden tener los comportamientos o las producciones “libres” del alumno con el saber cultural o científico y con el proyecto didáctico: da una lectura de estas actividades y les da un status. (...)”

Con lo descrito anteriormente, se pone de manifiesto uno de los aspectos teóricos y prácticos más delicados entre ambos procesos:

“los comportamientos o las producciones “libres” del alumno durante las fases a-didácticas de aprendizaje son constitutivos del sentido de los conocimientos que los alumnos construyen; definir las relaciones entre esos comportamientos o producciones y el saber cultural o científico significa que la institucionalización supone preservar el sentido de los conocimientos construidos por los alumnos en las fases a-didácticas de aprendizaje” (Sadovsky, 2005).

Si lo analizamos solo desde el punto de vista teórico este concepto de no parece mucho más complejo que otros. Pero es frecuente observar en los docentes mayores dificultades en la gestión de la institucionalización, que al llevar a la práctica otros conceptos de la teoría. Una explicación posible de este fenómeno puede encontrarse en el análisis de Brousseau (1994):

“Por supuesto, todo puede reducirse a la institucionalización. Las situaciones de enseñanza tradicionales son situaciones de institucionalización pero sin que el maestro

se ocupe de la creación del sentido: se dice lo que se desea que el niño sepa, se le explica y se verifica que lo haya aprendido. Al principio los investigadores estaban un poco obnubilados por las situaciones a-didácticas porque era lo que más le faltaba a la enseñanza tradicional.”

Debe entenderse que la institucionalización supone establecer vínculos entre lo que los alumnos son capaces de y el saber cultural, pero esto, no debe reducirse a una mera y simple exposición del saber cultural en sí mismo, sino que debe estar vinculado al trabajo clase. Durante la institucionalización se deben sacar conclusiones del trabajo de los alumnos, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que se produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica, etc., con el fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

2.6.7 La Situación Fundamental.

La noción de situación fundamental designa un grupo restringido de situaciones en las que la noción de enseñar juega para el alumno el papel de respuesta de adaptación óptima. Una situación fundamental debe permitir una creación efectiva del saber, de manera que el alumno fabrique una concepción correcta del conocimiento. Encontrar situaciones fundamentales es un importante objetivo a conseguir en la enseñanza, aunque a veces resulte un tanto utópico dada la gran dificultad que hay para hallarlas. La búsqueda y construcción de situaciones fundamentales debe comenzar por (Chamorro, 1999):

- 1.” Enunciar un problema cuya solución requiera el empleo por parte del alumno de ese único conocimiento, si es posible sin que intervengan otros conocimientos.
2. Hacer aparecer las variables de esta situación cuyo cambio, provoca modificaciones cualitativas de las estrategias óptimas, lo que indica una modificación de la significación del conocimiento buscado.

3. Hacer aparecer aquellas variables que cambian el estatuto cognitivo en tanto que:

- Medio de control de la acción.
- Medio de comunicación.
- Medio de prueba.
- Algoritmo de referencia.

4. Asegurarse de que la situación así obtenida, permite engendrar por este sistema de variables, todos los problemas culturalmente conocidos en los que este conocimiento interviene”.

Es importante tener en cuenta la gran responsabilidad de los maestros para controlar y gestionar de forma correcta las variables didácticas debido a su trascendencia en el aprendizaje de los alumnos, ya que su cambio (el de las variables) implica cambios en él.

2.6.8 Los obstáculos.

Aunque la noción de obstáculo epistemológico fue inicialmente introducida por Bachelard, lo auténticamente novedoso de la noción de obstáculo en Didáctica de la Matemática se debe a Brousseau:

“El error no es solamente efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, sino del efecto de un conocimiento anterior que tenía su interés, su éxito, pero que ahora se rebela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son erráticos e imprevisibles, se constituyen en obstáculos. Así, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido, según se creía en las teorías empíricas o conductistas del aprendizaje; si no el efecto de un conocimiento anterior, que tuvo su interés, su éxito, y que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son fortuitos e imprevisibles, se constituyen en obstáculos” (Brousseau 1983).

Según su origen consideraremos cuatro tipos de obstáculos: epistemológicos, didácticos, psicológicos, ontogenéticos.

Los obstáculos ontogenéticos se deben a una disfunción entre el saber enseñado con respecto al desarrollo psicogenético del alumno. Esta disfunción puede producirse tanto por exceso como por defecto.

Los obstáculos epistemológicos van ligados íntimamente a la constitución del conocimiento, su existencia es independiente de las elecciones didácticas que haga el profesor, y son por tanto inevitables.

Los obstáculos didácticos están ligados a los procesos de transposición didáctica que se hacen del saber-sabio a efectos de ser enseñado.

El causante principal de ellos es el profesor debido a sus elecciones. La trascendencia para el alumno de este tipo de obstáculos es siempre fundamental. Los obstáculos psicológicos se producen por alguna experiencia anterior que afectó al alumno de tal manera, que al encontrarse en una nueva situación que él evoca o recuerda como similar a la antigua, le provoca malestar e incluso bloqueos, que le hacen muy difícil resolver la situación.

2.6.9 El contrato didáctico.

El contrato didáctico es un conjunto de reglas, generalmente implícitas que organizan las relaciones entre el saber enseñado, los alumnos y el profesor (Brousseau 1994). Las reglas implícitas son las que no se dicen, no están escritas, pero, sin embargo están ahí y son las que realmente rigen el contrato.

El contrato didáctico fija cómo se organizan las responsabilidades didácticas de profesores y alumnos, así como su evolución a lo largo de la enseñanza. Dentro de este contrato la parte que más interesa, es justamente la que se encarga del conocimiento matemático buscado, lo que va a permitir la negociación correspondiente.

Un elemento importante a trabajar aquí lo constituye la “ruptura”, bien del contrato tradicional, que debe reemplazarse por un auténtico contrato didáctico, bien de alguna de las reglas. El hecho de que las partes del contrato sean capaces de reconocer que hay una regla que no funciona y hagan un esfuerzo para eliminarla o para cambiarla lo hace dinámico y lo revitaliza.

2.7 La ingeniería didáctica.

La noción de ingeniería didáctica surgió en la didáctica de la matemática Francesa, a principios de la década de los 80. Se usó este término por la similitud con la forma de trabajo que utilizan los ingenieros. Artigue, Douady, Moreno y Gómez (1995), comentan al respecto: “Para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control de tipo científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los depurados por la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo” (p.33). La ingeniería didáctica desarrollada en el área de Educación Matemática es utilizada como metodología de investigación específica y como método de producción de situaciones de enseñanza y aprendizaje.

2.7.1 Fases de la ingeniería didáctica.

El proceso de investigación Según Artigue et al. (1995) consta de cuatro fases:
Análisis preliminar. Concepción y análisis a priori de las situaciones didácticas.
Experimentación. Análisis a posteriori y validación.

FASE 1: El *Análisis Preliminar* tiene como objetivo identificar y describir los obstáculos epistemológicos, didácticos y/o cognitivos durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Los análisis preliminares están compuestos por un conjunto de análisis en

torno al objeto matemático: la enseñanza y sus efectos, el análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos que determinan su evolución, el análisis del campo de restricciones donde se va situar la realización didáctica efectiva teniendo en cuenta los objetivos de la investigación. Para Artigue et al. (1995) el análisis de esta fase es necesario hacerlo bajo tres dimensiones:

- Epistemológica: Aquí se analizará las características del saber en juego, una reseña histórica y los aspectos teóricos del objeto matemático en estudio.
- Cognitiva: Aquí se analizan las características cognoscitivas del público al cual se dirige la enseñanza. Se analizará la forma como los alumnos interpretan el conocimiento matemático en cuestión y sus dificultades teniendo en cuenta los conocimientos en el momento de la aplicación de dicha situación.
- Didáctica: Aquí se analizará las características del cómo está constituido y se desarrolla el sistema educativo. Se analizará la forma cómo se desarrolla el proceso de enseñanza del objeto matemático, así como los recursos didácticos que la comunidad educativa utiliza para la puesta en práctica del objeto de estudio en cuestión.

Análisis del campo de las restricciones: Aquí se va a desarrollar la situación didáctica, describiendo al grupo de estudiantes con los que se llevará a cabo. Todo ello implica tener información correspondiente en cuanto a la edad de los alumnos, sexo, conocimientos previos y los recursos que presenta la comunidad educativa donde se está realizando la investigación. Esta información no puede ser modificada por el maestro y por ende no se consideran variables didácticas de la situación, sin embargo, juegan un papel muy importante para el diseño de la situación didáctica.

FASE 2: En *la concepción y el análisis a priori* el investigador toma la decisión de trabajar con un determinado número de variables del sistema, no fijadas por las restricciones llamados variables de comando. Artigue et al. (1995) considera dos tipos de variables de comando:

“a. Las variables macro-didácticas o globales, concernientes a la organización global de la ingeniería.

b. Las variables micro-didácticas o locales, concernientes a la organización local de la ingeniería, es decir la organización de una secuencia o fase” (p.42).

Esta fase, se debe cumplir dos objetivos: El primero, concerniente a la creación, que es diseñar situaciones o actividades que nos ayude analizar los procesos de construcción y comunicación del saber, en este caso matemático. Además, para la construcción de ello, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- En un primer momento, los alumnos deben tener estrategias resolutivas que les permitan superar el problema con sus conocimientos disponibles.
- Las actividades deben ser diseñadas teniendo en cuenta los estudios previos.

El segundo objetivo, es concerniente al análisis a priori, que es señalar cómo al manejar las variables didácticas permitirá controlar los comportamientos de los alumnos antes de la experimentación.

Se debe hacer hincapié en dos aspectos: el análisis matemático y el análisis didáctico del objeto matemático, y para ello nos fijaremos en:

- Los resultados que se esperan de los alumnos.
- Planificar las intervenciones del profesor.
- Identificar las variables del estudio.

- Prever y analizar las dificultades que los alumnos podrían encontrarse en la resolución de las actividades.

FASE 3: En la *Experimentación* nos centramos en la puesta en marcha de las actividades diseñadas. Esta fase se inicia en el mismo momento en que el investigador, profesor u observador entra en contacto con la población a estudiar. De Faria (2006), señala que consta de las siguientes etapas:

- La explicitación de los objetivos y condiciones de realización de la investigación a los estudiantes que participarán de la experimentación.
- La creación de un contrato didáctico.
- La aplicación de los instrumentos de investigación.
- El registro de observaciones realizadas durante la fase experimental.
- Si la experimentación se lleva a cabo en más de una sesión, se recomienda hacer un análisis a posteriori parcial, para realizar las correcciones necesarias y poder continuar con la siguiente.

FASE 4: *Análisis a posteriori y validación*. El análisis a posteriori está constituido por el conjunto de datos recogidos durante la realización didáctica, que se compone de las observaciones realizadas en las sesiones educativas, las producciones de los estudiantes en clase o fuera de ella y la frecuencia de ciertas actitudes. Estos datos se pueden complementar con la utilización de metodologías externas, como cuestionarios y entrevistas aplicadas en distintos momentos de la enseñanza. En cuanto a la validación, Artigue et al. (1995) sostienen: “la confrontación de los dos análisis, el a priori y a posteriori, fundamentan en esencia la validación de las hipótesis formuladas en la investigación” (p. 48).

2.8 Formación del profesorado

Los docentes de nuestro tiempo, no pueden permanecer estancados en los modelos metodológicos que han venido desarrollando, sino que tanto maestros como profesores, sean del nivel educativo que sean, tiene que aceptar el desafío de ampliar su horizonte cultural, de intervenir activamente en el cambio del mundo actual y de formar ciudadanos activos para ese mundo que tan rápido evoluciona, en el que les ha tocado vivir (Medaura, 1991; Davini, 1997; Cano, 2005; Macías. 2009).

El Consejo Europeo de Lisboa estableció las bases para la modernización de la Enseñanza Secundaria dentro del marco de la Unión Europea (Consejo de la Unión Europea, 2000). En este Consejo Europeo se debatió sobre el desarrollo tecnológico que se está produciendo en la educación, alterando la visión tradicional de esta e introduciendo nuevas propuestas para conseguir mayor calidad y equidad (Guttman, 2003; Hargreaves, 2003; Unesco, 2004).

El principal objetivo planteado, dentro del marco del llamado proceso de Copenhague (Comisión Europea, 2002), fue la búsqueda de una cooperación en materia de educación entre los distintos estados, y trata de facilitar la atracción y modernización de la enseñanza secundaria superior y la enseñanza universitaria para permitir que Europa pueda ser competitiva dentro del marco de la sociedad del conocimiento.

La propia naturaleza de la enseñanza exige que los docentes se comprometan en su formación y desarrollo profesional durante toda la carrera, las necesidades concretas y las formas de llevar la práctica variarán según las circunstancias, las historias personales y profesionales y las disposiciones vigentes del momento (Guerrero, 2010). Day (2005) considera que la carrera profesional docente es un desarrollo profesional continuo que, partiendo de una formación inicial, va evolucionando, mejorando y adaptándose a la realidad.

Serrano (2013) dice que la formación de los docentes se extiende a lo largo de toda la carrera profesional, y que, la formación inicial no es más que la primera etapa del trayecto formativo, lo que nos lleva a preguntarnos cómo tiene que ser esa formación al preparar a los docentes para que empiecen a enseñar.

Uno de los estudios que se presentaron en el I Congreso Internacional sobre Profesores Principiantes por Márquez y Tójar (2008), el alumnado del CAP de la Universidad de Málaga, manifiesta, que el profesor actual necesita una serie de conocimientos tales como: psicología, pedagogía y didáctica, que les permita conocer cómo son y cómo descubren a sus futuros alumnos y sus características. Algunos de estos resultados se han puesto de manifiesto en otros estudios relacionados con el pensamiento docente (Fraser y Tobin, 1998; Campanario, 1998; Pontes y Serrano, 2008a).

En un trabajo de Doménech y Gómez (2003) con alumnado del CAP de la Universidad de Valencia, se observó que las creencias que todo profesor tiene sobre los procesos de enseñanza aprendizaje se creen que son elementos necesarios para mejorar el la formación del futuro profesor de secundaria, hecho que también se ha puesto de manifiesto en otros trabajos (García Barros y Martínez Losada, 2001; Abell y Lederman, 2007; Pontes y Serrano, 2009).

Cómo señala Grau (1995) para el desempeño de una actividad concreta, o para la actualización del profesorado en un tema específico, necesitaremos un modelo formativo que responda a las necesidades concretas del docente los cuales se basan en una serie de principios que son:

“1. La formación del profesorado se debe concebir como un proceso continuo. La formación del profesorado es un proceso que, aunque compuesto por fases claramente diferenciadas por su contenido curricular, ha de mantener unos principios éticos, didácticos y

pedagógicos comunes, independientemente del nivel de formación del profesorado a que nos refiramos.

2. Integrar la formación del profesorado con los procesos de cambio, innovación y desarrollo curricular. La formación del profesorado debe contemplarse en relación al desarrollo curricular, y debe ser concebida como una estrategia para facilitar la mejora de la enseñanza.

3. Relacionar los procesos de formación del profesorado con las demandas del profesorado. Es necesario adoptar una perspectiva organizativa en los procesos de desarrollo profesional de los docentes. Es evidente la potencialidad que posee el centro educativo como entorno favorable para el aprendizaje de los profesores.

4. Integrar los contenidos de la formación previa del profesorado (académicos y disciplinares) con la formación pedagógica y didáctica. Este conocimiento didáctico del contenido debe ser destacado por su importancia como estructurador del pensamiento pedagógico del profesor.

5. Integración entre la teoría y la práctica docente. La formación del profesorado, tanto inicial como permanente, ha de tener en cuenta la importancia de la práctica docente, de forma que aprender a enseñar se realice mediante un proceso reflexivo en el que conocimiento práctico y el conocimiento teórico puedan integrarse en un currículum orientado a la acción.

6. Coherencia entre formación docente y el tipo de educación que el profesorado debe desarrollar. En la formación del profesorado resulta de gran importancia la congruencia entre el conocimiento didáctico del contenido y el conocimiento pedagógico transmitido, y la forma cómo ese conocimiento se transmite.

7. Individualización y cooperación. El proceso de individualización ha de entenderse no sólo referido al profesor como individuo, como persona, sino que se amplía para abarcar unidades mayores como pueden ser los equipos de profesores o los grupos de investigación. Entendiendo que la formación del profesorado debe estar basada en las necesidades e intereses de los participantes, debe estar adaptada al contexto en el que estos trabajan, y fomentar la participación y reflexión.

8. La formación del profesorado como un proceso de indagación-reflexión. La indagación reflexiva es una estrategia para entrenar al profesor, no sólo en formación sino también en ejercicio, a que sea consciente de la problemática de su práctica de enseñanza, ya que analiza las causas y consecuencias de la conducta” (Citado en Rodríguez, 2013).

Concluyendo, cualquier programa formativo, tal y como nos dice Torres (1995), tiene que tener en cuenta los aspectos legales, las instituciones educativas existentes y, por descontado, el contexto político, económico, cultural y social en el que se enmarcan. Además, Day (2005) también apunta hacia la necesidad de conocer la realidad sobre la que se fundamenta la evolución y el desarrollo profesional de los docentes, y por consiguiente, ser conscientes de una serie de hechos como:

“1. El profesor es, junto al alumno, el sujeto activo más importante de la escuela y sólo podrá cumplir sus fines educativos si está bien preparado para la profesión y es capaz de mantener y mejorar sus aportaciones a través de un aprendizaje constante en el transcurso de su carrera.

2. Una de las tareas principales del docente es inculcar al alumno la disposición para el aprendizaje durante toda la vida y, en consecuencia, debe mostrar un compromiso respecto a su aprendizaje continuo.

3. El desarrollo profesional a lo largo de la carrera es necesario para todos los docentes con el fin de renovar y revisar sus destrezas y conocimientos.
4. El aprendizaje circunscrito sólo a la experiencia acaba limitando el desarrollo profesional del docente.
5. El pensamiento y la acción de los profesores es el resultado de la interacción entre su historia vital, la fase de desarrollo en la que se encuentren, la estructura del aula y de la escuela y los contextos sociales y políticos en los que trabajen.
6. Las aulas están pobladas por estudiantes con distintas motivaciones, disposiciones y capacidades para el aprendizaje, que proceden de medios distintos. Por tanto la enseñanza es un proceso complejo.
7. El desarrollo profesional del docente va unido a su forma de entender el currículo, en consecuencia, los contenidos y los conocimientos pedagógicos no pueden alejarse de las necesidades personales y profesionales de los docentes ni de sus fines morales.
8. El docente se tiene que involucrar en su proceso de aprendizaje y desarrollo profesional, ya que no es posible formarse de forma pasiva.
9. El pleno desarrollo de la escuela, como hemos reseñado anteriormente, depende del desarrollo satisfactorio de los docentes.
10. La planificación y el apoyo a la formación docente (inicial y continua) es una responsabilidad conjunta de los docentes, las escuelas y las administraciones educativas.”
(Citado en Rodríguez, 2013).

2.8.1. La formación teórica y práctica

Resulta bastante habitual establecer una falsa dicotomía entre las conceptos de “teoría” y “práctica”, según la cual la teoría se concibe como un mundo de abstracciones, de

saber acumulado en los libros, del conocimiento profundo; mientras que la práctica se concibe más como al hacer que al pensar, al aprendizaje de habilidades más que a la adquisición de conocimientos (García, 2007; Núñez, Arévalo y Ávalos, 2012).

Los profesores necesitan una formación docente, que les prepare y enseñe tanto para la formación teórica como de la práctica y, por supuesto, la necesaria conexión que debe haber entre ambas (Márquez, 2009).

2.8.1.1. Las competencias que deben tener los docentes para la educación actual

Según Rodríguez (2013) Hoy día se tiende a valorar más la práctica que la teoría. Es una evidencia que en la formación del docente se deben combinar los aspectos generales con otros más específicos, adecuados a la formación del dicho profesor. La cuestión es determinar la carga relativa de las materias generales o pedagógicas y la de las específicas o de las disciplinas. No hay duda sobre la idea de que un docente debe dominar la materia que va a enseñar. Tanto en el caso de los maestros, como en el del profesor de Educación Secundaria esa formación la recibirá durante sus estudios de Grado, la diferencia está en que, mientras que el maestro recibirá también la formación específica durante el Grado académico, el Profesor de Secundaria cursa el Master de Profesorado para su formación como docente.

El maestro no necesitan especializarse y reciben una formación didáctica a lo largo de cuatro años de estudios, mientras que el profesorado de Educación Secundaria requiere más de la formación disciplinar porque su labor está más ligada a la especialidad (Diker y Terigi, 1997).

Esto, crea de nuevo una dicotomía entre la necesidad de la formación didáctica y la específica, concurriendo en antagónicas cuando deberían considerarse formaciones complementarias.

Los profesores necesitan recibir una formación pedagógica específica adecuada y relacionada con la enseñanza, pero también con el aprendizaje de los alumnos. Es una obviedad que deben tener el conocimiento propio de la materia que van a enseñar, además de las destrezas, actitudes y habilidades que le permitan comprender las situaciones de la enseñanza-aprendizaje (Marcelo, 1991). Como hemos citado con anterioridad, una de las cosas esenciales de todo docente es la necesidad de conocer las características de los alumnos con los que van a desempeñar su labor: características psicológicas y evolutivas, relación con los iguales y con la familia, motivaciones intereses etc.

Ya hemos indicado que la educación es una tarea ardua compleja, en la que no existe la posibilidad del automatismo educativo, sino que cada profesional ha de desarrollar su propia concepción de lo que constituye una buena práctica educativa, adaptándose al contexto educativo y alumnado que tiene, al tiempo que es formado en actitudes de respeto y tolerancia. Todo ello implica además, la aceptación de la profesión docente dentro de la sociedad.

En este contexto Perrenaud (2004) describe diez nuevas competencias para repensar el oficio de enseñar desde una perspectiva renovada. La educación del futuro demanda la implementación de nuevos programas de formación o de actualización del profesorado. Para tal efecto los currículos de formación docente, en el ámbito de los programas de Educación, deberán orientar al desarrollo de competencias (Ci) como las que describe Rodríguez (2013):

“· *C1: Organizar y animar situaciones de aprendizaje.* A la competencia tradicional de conocer los contenidos de una disciplina y organizar su enseñanza hay que sumarle la competencia emergente de saber poner en acto situaciones de aprendizajes abiertas, que partiendo de los intereses de los alumnos les implique en procesos de búsqueda y resolución de problemas.

· *C2: Gestionar la progresión de los aprendizajes.* A la competencia tradicional de hacer el seguimiento de la progresión de los aprendizajes eligiendo buenos ejercicios, estandarizados en libros, y evaluaciones de carácter formativo, la competencia emergente es la de gestionar la progresión de los aprendizajes pero practicando una pedagogía de situaciones problema. Al ser estas situaciones de carácter abierto el docente ha de tener la capacidad de saber regular dichas situaciones, ajustándose a las posibilidades del grupo. Para ello es necesario controlar los mecanismos de las didácticas de las disciplinas y las fases del desarrollo intelectual.

· *C3: Elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación.* Frente a una organización del trabajo de clase tradicional, frontal, la competencia emergente consiste en asumir la heterogeneidad del grupo poniendo en funcionamiento dispositivos complementarios propios de una pedagogía diferenciada. Una propuesta es la de saber poner en funcionamiento el método de la enseñanza mutua. Hacer trabajar a los alumnos en equipos, sin duda, un nuevo desafío didáctico. Esta competencia pedagógica implica el saber crear las condiciones de cooperación necesarias en las que se ponen en juego determinados valores y actitudes, como la tolerancia y el respeto.

· *C4: Implicar a los alumnos en su aprendizaje y en su trabajo.* La competencia emergente de estimular y mantener el deseo de saber y la decisión de aprender va más allá que el enunciado tradicional de saber motivar. La habilidad didáctica de saber construir el sentido que tienen los conocimientos y comunicarlo es necesaria para acortar la distancia entre éstos y la escuela. Acortando esta distancia, la decisión de aprender queda preparada.

· *C5: Trabajar en equipo.* La competencia clásica de trabajar en equipo, instalada en la profesión como una opción personal, se amplía hacia una nueva competencia de cooperación que deberá abarcar a todo el colectivo. El autor propone que el un futuro será deseable que todos los docentes estén preparados para organizar desde un sencillo grupo de

trabajo a elaborar un proyecto de equipo. El ser competentes en esa faceta implica saber adoptar el rol de líder para dirigir las reuniones e impulsar y mantener el equipo.

C6: Participar en la gestión de la escuela. Participar en la gestión de la escuela es una competencia novedosa en el sentido que traspasa la organización del centro propiamente dicho. Supone trabajar no en circuito cerrado, hacia dentro, sino abrirse hacia la comunidad educativa en su conjunto.

· *C7: Informar e implicar a los padres.* El autor, partiendo de que la irrupción de los padres en la escuela ha sido uno de los logros educativos más relevantes del siglo XX, hace la propuesta de ir más allá del hasta ahora diálogo tradicional.

· *C8: Utilizar las Nuevas Tecnologías.* La relación con el saber ha cambiado de forma espectacular con la irrupción de las nuevas tecnologías y la escuela no puede evolucionar de espaldas a estos cambios. Estas son las ideas germen que generan las competencias de saber utilizar programas de edición de documentos y de explotar los recursos didácticos de los programas informáticos y de multimedia. Junto a los métodos activos tradicionales, los instrumentos tecnológicos pueden incorporarse al aula como métodos activos postmodernos.

El éxito de éstos dependerá de la competencia del profesor en utilizar lo que la cultura tecnológica actual nos ofrece para ponerlo al servicio de la enseñanza. Por lo tanto, los saberes que comprende esta competencia pertenecen no sólo al dominio técnico sino al didáctico.

· *C9: Afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión.* En una escuela pública que ha de enseñar yendo contracorriente, afirmando una serie de valores que se contradicen con la realidad social, son competencias imprescindibles, o éticamente necesarias, la de prevenir la violencia en la escuela y en la ciudad y la de luchar contra los prejuicios y las discriminaciones sexuales, étnicas y sociales. Y también saber desarrollar el sentido de la

responsabilidad, la solidaridad y el sentimiento de justicia y el saber gestionar las reglas de la vida en común referentes a la disciplina.

· *C10: Organizar la propia formación continua.* Ser competentes en organizar la propia formación continua es la novedad en torno al aspecto de la renovación e innovación pedagógica que propone el autor. También lo es la capacidad de saber elegir la formación que se desea ante la oferta institucional.”

La importancia de la formación especializada o didáctica es evidente. Ya hemos comentado que no solo basta en educación con enseñar, sino que es imprescindible a su vez, saber cómo enseñar. Esto incluye en la formación teórica de los docentes, tanto los aspectos didácticos generales, relacionados con los procesos de enseñanza aprendizaje, como los específicos de las distintas áreas. Por tanto, es necesaria una formación integral del profesorado en la didáctica de las distintas áreas curriculares, sobre todo en la Enseñanza Secundaria, ya que los maestros suelen tenerla en sus Grados.

2.8.1.2. Cuán importante es la formación práctica

Los futuros docentes deben aprender, mientras se están formando, los conocimientos y habilidades que les permitan afrontar y desenvolverse de la manera más óptima ante los problemas que se les pueden presentar en su actividad profesional y a su vez, les facilite la toma de decisiones. Para formar a alguien con este perfil, es necesaria una formación inicial del profesor como “un profesional cuyo conocimiento y capacidades le posibilite seleccionar, organizar y elaborar la información que le permita ir evolucionando en la planificación y desarrollo de su labor profesional como docente” (Azcárate, 1997).

La formación práctica de los docentes va encaminada al contacto con la realidad de la enseñanza y los centros educativos. Dicha formación nos conduce hacia la interpretación y la intervención educativa mediante el análisis y reflexión sobre la misma. El profesor novel

accede en su primer contacto con la practica educativa, con una visión idílica e hipotetizada de la experiencia práctica en los centros, generada a través de la información teórica acumulada y de sus propia visión de la educación, que se denomina «shock de la realidad» (Veenman, 1984).

Cualquier profesor primerizo llega a la escuela con un bagaje de conocimientos procedentes de su biografía y de su formación previa. Como consecuencia de su larga experiencia como alumno, generalmente, este tipo de profesorado, consideran que saben lo suficiente como para poder enseñar (Azcárate y Cuesta, 2012).

En esta línea, Zeichner (1993) considera que la práctica educativa, va más allá de la simple observación de la misma, formando parte de un sistema de conocimiento e ideas, de saberes, actitudes y formas de hacer.

Fierro, Fortoul y Rosas (1999) definen la práctica como un complejo de relaciones o dimensiones donde fluyen distintas dimensiones como:

“1. Una dimensión personal: Reflexión sobre la representación que supone para el docente el trabajo en su vida diaria y de qué manera se hace presente en el aula. Lo constituyen ideas sobre: las circunstancias que le hicieron elegir la docencia, los proyectos realizados, las situaciones de éxito o fracaso, las expectativas de logro futuras, las experiencias más significativas etc.

2. Una dimensión institucional: Atiende a lo que la institución educativa representa en la práctica individual de cada profesor y profesora. Supone como la institución determina el puesto de trabajo, el comportamiento y la comunicación entre los compañeros y compañeras, los estilos de relación, los modelos de gestión etc.

3. *Una dimensión interpersonal:* Por la que la tarea del docente en la institución escolar se fundamenta en las relaciones entre todas las personas que participan en el proceso educativo: alumnos, docente y familia.

4. *Una dimensión social:* Porque el trabajo docente se desarrolla en un entorno histórico, político, social, cultural y económico concreto, que le imprime ciertas exigencias y marca el entorno más inmediato de su labor.

5. *Una dimensión didáctica:* Concibe al docente como un agente en los procesos de enseñanza, ocupado de tomar un conjunto de decisiones y guiar el aprendizaje de su alumnado. De tal forma que la planificación y la práctica de cada profesor o profesora determinará que su labor se reduzca a una simple transmisión de la información o que constituya una experiencia constructiva.

6. *Una dimensión ideológica:* En cuanto que el proceso educativo nunca es neutral. La acción docente es intencional, está dirigida al logro de unos fines educativos y contiene un conjunto de valores.” (Citado en Rodríguez, 2013)

Los primeros pasos en la formación del futuro docente, deben ir encaminados a incorporar el mayor número de experiencias en su pensamiento, asegurando la conexión de la teoría estudiada con la realidad escolar. Enfrentar al docente a experiencias de clase en las que tenga que trabajar situaciones de alegría, temores, fracasos, donde manejar los procesos de aprendizaje o los comportamientos de los alumnos, supone apostar por un modelo reflexivo de formación, y es una de las claves del éxito en su formación (Perrenoud, 2001; Atkinson, 2002; Tallaferro y Dilia, 2006).

La fase práctica se entiende así como uno de los pilares principales de la formación, puesto que es el primer contacto con un aula (Pontes y Serano, 2008b), donde pueden acercarse a las situaciones que se encontraran en profesión, dotándoles de marcos

referenciales, que les permitan así poder adquirir actitudes, aptitudes, destrezas y competencias profesionales (Valle y Manso, 2010).

2.8.1.3. La conexión existente entre teoría y práctica en la formación docente

Dentro del contexto en el que nos hemos embarcado, podemos entender la teoría educativa como el conocimiento formal que se produce sobre la educación, y a la práctica educativa como la actividad de enseñar que se desarrolla en cualquier contexto educativo, sea formal o no (Álvarez, 2012). Con cierta frecuencia se habla del distanciamiento que existe entre la formación teórica y la práctica puesto que es un complejo territorio donde se establecen las conexiones entre el conocimiento educativo y la realidad escolar (Perrenoud, 2001). Sin lugar a duda, éste es un asunto importante en la educación como manifiestan diversos autores (Rozada, 2007; Korthagen, 2010; Zeichener, 2010), poniendo el foco en la formación del profesorado la cual se considera como un continuo que abarca desde la formación inicial y se extiende a lo largo de toda la formación permanente, y que debe englobar aspectos teóricos unidos a los prácticos (Verjovsky y Waldegg, 2005).

El problema de la conexión entre la teoría y la práctica puede plantearse, también, como un balance, que implica determinar el peso de cada una, por tanto. Las distintas posiciones estarán en estrecha relación con el o los modelos formativos y de actuación que se planteen. No obstante, se ha afirmado que la teoría deriva de la práctica, y que la práctica se sustenta en la teoría, en los cuales siempre tratamos de priorizar un elemento sobre otro, en base a que se trata de términos independientes en los que hay que poner en relación. Sin embargo la realidad demuestra que toda teoría se verifica al explorar de modo sistemático y riguroso una serie de problemas en la realidad y, en el caso de la teoría educativa, estos problemas tienen su fuente en la práctica (Álvarez, 2012).

Autores como Márquez y Tójar (2008), apuestan por una formación docente en el que la práctica no se considere un elemento final de la formación donde se aplican los fundamentos teóricos, ni tampoco se la considere como el punto de partida y la teoría el lugar donde se expliquen los problemas que surjan de la práctica. Ambas, teoría y práctica, deben contribuir a formar docentes capaces de entender y analizar la compleja realidad educativa y construir modos de actuación basados en la reflexión de esa realidad. Es necesario que el conocimiento teórico se haga práctico y que las experiencias de la práctica se transformen en conocimiento teórico.

El aprender a aprender y comprender lo que se ha aprendido son algunas de las demandas más importantes de la escuela actual, aplicable tanto al alumnado como al profesorado. Lo que también es cierto que cada uno de ellos implica distintas cosas, en el caso del docente es el conectar y relacionar el análisis, la reflexión y el aprendizaje de la realidad, de la práctica, con el conocimiento construido y adquirido en las aulas. (Márquez, 2009).

2.8.2. La formación previa

En general podemos entender la formación previa a la fase formativa justamente anterior al inicio de la carrera docente, y que va encaminada a favorecer y desarrollar las capacidades y actitudes de los profesores con el fin de prepararles y facilitarles la realización eficaz de su tarea. Lo que queda claro es que durante el desarrollo de esta fase no se puede aprender todo lo necesario para afrontar la labor del docente, sino que nos sirve como modo de adquirir los medios necesarios para sacar el máximo provecho de la experiencia facilitando e impulsando el desarrollo posterior (Sarramona, Noguera y Vera, 1998).

2.8.3. Los primeros pasos en la enseñanza

Lo que denominamos como los primeros pasos en la profesión docente, atiende a tres tipos de situaciones profesionales diferentes; profesores que se enfrentan a sus primera experiencia una vez terminada la carrera, profesores que regresan a la enseñanza después de un periodo de ausencia, y profesores que deben asumir cargos o tareas diferentes a las que han venido desempeñando y para las que necesita una formación específica (González Sanmamed, 2009).

Dentro de la primera situación podemos caracterizar la transición desde el estudiante a profesores, donde las dudas, las inseguridades y la ansiedad por ingresar en la profesión docente forman parte del día a día, con el añadido de que los docentes principiantes deben adquirir el conocimiento profesional, además de conseguir mantener un equilibrio personal (Marcelo, 1991).

Veenman (1984), al cual se le atribuye el concepto “choque con la realidad”, lo utiliza para referirse a la situación por la que atraviesan muchos profesores en su primer año de docencia. Según el cual, el primer año se caracteriza por ser un proceso intenso, en la mayoría de las ocasiones basado en el ensayo y error.

Durante el primer año de experiencia docente, se atraviesan dos periodos diferentes (Vonk, 1983):

“1. Un primer periodo de “umbral o antesala”, durante los seis primeros meses. Este periodo supone el primer contacto con el centro y la clase. Es un periodo de inseguridad, soledad y con gran temor a los errores. La experiencia de las primeras vivencias y su disonancia con las expectativas generadas en el periodo de formación provocan un cambio en el rol profesional.

2. Un segundo periodo de “madurez o crecimiento”, durante el desarrollo de los siguientes meses. Es un periodo caracterizado por la aceptación de sí mismo en su rol profesional comenzando a ajustar sus características personales. El sentido de seguridad aumenta y con ello la integración en la estructura organizativa del centro educativo interviniendo en la toma de decisiones.”

Como señala Esteve (1997), el joven profesor tiende a imitar los estereotipos aprendidos durante su formación, tratando de copiar a aquellos maestros o profesores que tuvo, dejando a un lado sus propias convicciones y cualidades personales. Esta situación de idealización puede llevar a la decepción del docente, dado las continuas comparaciones con las cualidades del estereotipo ideal (Torres, 2006; García y Bernal, 2008).

Está claro, que las experiencias vividas durante este primer año, pueden llevar al docente a replantearse seguir adelante con la profesión. Estas estrategias pueden ir encaminadas a ayudar a los profesores a analizar sus propias vivencias personales, asimilar la realidad de los centros y estimular la reflexión sobre la práctica, por medio de otros profesores que suelen ser compañeros o “mentores” (Marcelo, 2001).

2.8.4. La formación permanente

La formación permanente o la denominada formación durante el ejercicio de la profesión, se define como el conjunto de actividades formativas que el docente realiza tras su práctica inicial con el objeto de mejorar sus conocimientos, competencias y actividades profesionales (Vaillant, 2009; Torres, Nuñez y Navío 2011).

La nueva sociedad de la información y la comunicación se caracterizan por los continuos cambios en todos los ámbitos de la vida y como no podía ser de otra forma, esto repercute directamente en la educación, en cada una de las escuelas, de las aulas y de los estudiantes y también del profesorado. En este contexto, se justifica la necesidad de reciclaje

del profesorado, debido a la necesidad de aprender nuevos contenidos, adquirir nuevas habilidades, saber manejar nuevas herramientas, estrategias de enseñanza y formas de trabajar en equipo, para lograr que sus estudiantes aprendan (García y Castro, 2012).

Tenemos que coincidir con Marcelo (2002) en la idea que el aprendizaje permanente no es una opción a elegir, sino una “obligación moral” para una profesión comprometida con el conocimiento.

El trabajo de Bazán, Castellano, Galván y Cruz (2010), recoge la valoración del profesorado respecto a la formación permanente. Se requiere un mayor esfuerzo por mejorar el diseño de los contenidos de los cursos, tratando de responder a la demanda derivada de la práctica profesional cotidiana, de manera que sea posible mejorar y resolver los problemas profesionales prioritarios en diferentes contextos. Pero la clave de todo ellos es apostar por una formación permanente pluridisciplinar, no solo centrarnos en un área de conocimiento hasta agotarlo, sino tener en cuenta, que las necesidades de formación han de estar originadas en las demandas del contexto de cada centro educativo.

2.8.5. Incentivos para formarse

En la actualidad existen numerosas cursos y modalidades de formación disponibles, con lo que cabe preguntarse qué impide a los docentes acceder a estos y cuáles son las herramientas con las que las Administraciones Educativas fomentan la realización de estas actividades.

En nuestro país, de forma generalizada, la formación permanente es voluntaria, no obstante sí que está vinculada a un sistema de incentivos. Algunas Comunidades Autónomas (como Aragón o Castilla La Mancha) incorporan asimismo sistemas de evaluación ligados directamente a la formación, pero no es lo habitual.

El sindicato Unión General de Trabajadores (FETE Enseñanza, 2013) publicó en diciembre de 2013 un informe sobre los requisitos establecidos en las diferentes Comunidades Autónomas para percibir la retribución derivada de la formación permanente. Según Pozuelo (2014), desde 1992 el sistema funciona por sexenios. Para poder recibir un complemento salarial, el docente debe justificar un mínimo de 10 créditos cada seis años. En la mayor parte de las Comunidades Autónomas estos créditos equivalen a 100 horas de formación, con excepción de Andalucía (60 horas), Madrid (250 horas, se rigen por los créditos europeos) y Cataluña (tiene un sistema diferente de créditos).

Estos créditos, no obstante, no sólo se conceden mediante la asistencia a cursos de formación, también se obtienen mediante otras actividades investigativas y de innovación, todo ello recogido en la Orden EDU/2886/2011 (España, 2011).

Las actividades susceptibles de tener efectos como formación permanente recogidas por la legislación son los siguientes:

- Los proyectos de investigación: sólo si son desarrollados por una convocatoria pública de la Administración estatal o europea; o si están inscritos en los programas de investigación de Universidades o instituciones privadas con convenio con el Ministerio de Educación.
 - Los proyectos de innovación convocados por las administraciones educativas.
 - Actividades realizadas en el extranjero y programas internacionales e institucionales.
- Tutoría y coordinación de prácticas. Otras titulaciones académicas.

El caso es que estas listas podrían ser analizadas por cada Comunidad Autónoma, bajo ciertos patrones. La mayoría de las comunidades así lo han hecho. El análisis realizado por UGT nos muestra la enorme diferencia en el importe de los sexenios, así

como en los conceptos asimilables a formación en las diferentes regiones.

Resulta paradójico que siendo Madrid la comunidad que más horas requiere por cada crédito, es la que menor cuantía percibe en complemento de formación.

Alguna de las razones para la poca formación docente una vez alcanzado su puesto de trabajo, podría residir en la escasa valoración económica de la formación, que esta deba realizarse fuera del horario lectivo o el carácter voluntario de la misma pueden ser motivos que conducen a las carencias en formación permanente que aún se detectan en nuestro sistema educativo. En los últimos años han aparecido nuevas modalidades formativas que podrían ayudar a superar estas dificultades.

2.8.6. Aprendizaje a lo largo de la vida (lifelong learning)

En un contexto como el actual, surge un nuevo reto: “ningún sistema (Estado, empresa, ...) puede pagar los gastos de actualización que está generando el rápido crecimiento de la información” (Aliaga y Bartolomé, 2006, p.59).

Por tanto, y como modelo adicional a los sistemas de formación continua, se deben plantear las autoridades pertinentes un nuevo modelo de profesional capaz de autorregular su reciclaje. De ahí la importancia del concepto del aprendizaje a lo largo de la vida (lifelong learning).

Sobre esta idea ya venía hablando en el Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional para la Educación del siglo XXI (Delors, 1998), sentenciaba que ve este tipo de aprendizaje como una necesidad, ya que ante una sociedad tan cambiante en todos los aspectos de la vida, se necesita una continua renovación para poder adaptarnos a ellos. Además, este informe reconocía este proceso como una responsabilidad de todos los ciudadanos, que serán agentes y no meros consumidores pasivos de la enseñanza impartida por las instituciones. Promoviendo así un paradigma que supera la idea de

educación básica o educación permanente, para hablar de sociedad educativa, en la que toda ocasión puede aprovecharse para aprender y desarrollar las capacidades del individuo.

Este aprendizaje a lo largo de la vida, implica el reconocimiento de que:

- “Lo que importa es el aprendizaje, no la información, la educación o la capacitación per se.
- La sociedad de la información y la sociedad del conocimiento suponen el desarrollo de sociedades y comunidades de aprendizaje.
- El aprendizaje permanente es fundamental para la supervivencia y el mejoramiento de la calidad de vida de las personas, así como para el desarrollo humano, social y económico de un país.
- Existen muchos sistemas, lugares, medios, modalidades y estilos de aprendizaje.
- Es necesario asegurar oportunidades de aprendizaje para todos, durante toda la vida.” (Torres, 2006, p.27)

Entre las iniciativas nacionales para promover el aprendizaje a lo largo de la vida en Europa, se encuentran:

1. “Definir las nuevas competencias básicas para todos y permitir el acceso universal a las mismas.
2. Aumentar la inversión en recursos humanos, identificando los beneficios económicos y sociales del aprendizaje a lo largo de la vida.
3. Desarrollar sistemas de enseñanza-aprendizaje innovadores, de calidad, basados en el uso de las TIC, atendiendo al nuevo rol docente.
4. Valorar el aprendizaje no formal e informal.
5. Mejorar los sistemas de orientación y auto-orientación.

6. Acercar el aprendizaje al ámbito local (creando centros locales polivalentes o asociaciones, usando las TIC, etc.)” (Eurydice, 2001).

El último Programa Europeo para el Aprendizaje a lo largo de la Vida (Lifelong Learning programme 2007-2013), ampliado por el programa Erasmus+ (2014-2020), contiene cuatro programas transversales, que versan sobre cuatro dimensiones clave:

- Las políticas de cooperación e innovación
- Los idiomas.
- Las tecnologías de la Información y la Comunicación.
- La difusión y explotación de resultados.

Como puede comprobarse, la necesidad de una formación a lo largo de toda la vida es inherente a una sociedad en constante cambio, en la que el manejo del conocimiento constituye una pieza clave. Los programas internacionales corroboran esta importancia.

Una opción que se presenta cada vez con más fuerza son los cursos en línea, masivos y abiertos (MOOC, en sus siglas inglesas), de los que ya se ha hablado anteriormente. Constituyen una herramienta para el aprendizaje continuo a lo largo de la vida. La clave radica en elegir el curso que satisfaga las necesidades personales de formación.

Existen buscadores específicos de cursos y varias plataformas donde encontrar cursos con formación TIC en español, como son edX, Coursera y Miríada:

- edX: presenta cursos como “Educación para una Sociedad del Conocimiento” (impartido por la Universidad Carlos III). Además, la Universidad Autónoma de Madrid (UAM) es una de las entidades participantes en esta plataforma, a través de cursos propuestos por equipos

docentes que son asesorados por un grupo de expertos en creación de MOOCs (Grupo UAMx). En el curso 2016-2017 se ofertarán varios cursos impartidos por la UAM, entre ellos uno relacionado con las TIC (“Introducción a Android”).

- Coursera: en la que se encuentran cursos como “Innovación educativa con recursos abiertos” (impartido por el Instituto Tecnológico de Monterrey) o “Tecnologías de información y comunicación en la educación” (impartido por la Universidad Nacional Autónoma de México).
- Miríada: en el que se pueden encontrar cursos como “Construcción de un curso virtual en Moodle” (Universidad de San Martín de Porres), “Estrategias metodológicas para el docente e-learning” (Universidad de San Martín de Porres), “Aplicación de redes sociales a la enseñanza: comunidades virtuales” (Universidad Politécnica de Madrid).

Otra propuesta en el ámbito español es el Aula mentor, una iniciativa del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, en colaboración con algunas instituciones privadas, por la que se oferta formación a distancia en diferentes disciplinas, para aprender a lo largo de toda la vida.

El espacio consiste en un sistema de formación abierta, dirigido a personas jóvenes y adultas para fomentar el desarrollo personal, la inserción laboral y actualizar su sistema de trabajo mediante el uso de las TIC. Cada curso dispone de una mesa de trabajo con los recursos de formación y las herramientas de comunicación con el tutor. La tutoría, a distancia, orienta, evalúa y hace un seguimiento del alumno a través de Internet. Esto hace posible la formación flexible, ya que los recursos están en línea y la comunicación tutor-alumno es diferida.

Por lo que se ha comentado hasta el momento, la formación permanente del profesorado está recogida en la legislación educativa como un derecho al que las Administraciones deben responder. En este sentido, se ponen en marcha multitud de procesos y actividades formativas, tanto públicas como en instituciones privadas, a nivel nacional y de las Comunidades Autónomas.

La necesidad de estar formado y actualizado es tan relevante, que se habla de un aprendizaje a lo largo de la vida, promocionado desde la Unión Europea como uno de los pilares básicos en la educación actual. Iniciativas como los cursos masivos en abierto (MOOC) o el Aula Mentor pueden ayudar a promover una formación que, si bien es importante en la ciudadanía en general, en el colectivo docente es fundamental.

2.8.7. Los procesos de formación permanente del profesorado a debate

Es necesario un compromiso docente con el aprendizaje continuo y la renovación de conocimientos, algo habitual en otras profesiones. Imbernón (2011) comenta que la formar a los docentes es importante para concebirles como colectivo, aunque no debemos olvidarnos de otra serie de mejoras igualmente necesarias como el salario, las estructuras, los niveles de decisión y participación, el clima de trabajo o la legislación laboral. Si no se llevan a cabo estas mejoras, tendremos docentes altamente formados pero con unas carencias muy grandes a la hora de integrar sus conocimientos en sus respectivas aulas, ya que las estructuras laborales (falta de tiempo, falta de valoración de su esfuerzo, falta de medios) no se lo permiten. Este autor sigue destacando que la formación del profesorado debe y tiene que adecuarse a las necesidades profesionales y al contexto educativo y social donde dicho docente ejercerá su profesión, y debería basarse en “conocimientos, destrezas y actitudes para desarrollar profesionales reflexivos e investigadores”(Imbernón, 2011, p.14).

Los docentes que puedan y tienen el tiempo necesario para reflexionar sobre su propia práctica y, así comportarse como agentes sociales, planificadores y gestores de la enseñanza-aprendizaje, y con ello puedan establecer estrategias para introducir cambios y mejoras en el nivel educativo en el que ejerzan.

Algunas de las líneas de actuación en la formación permanente del profesorado que este autor señala son:

- “La reflexión práctico-teórica sobre la propia práctica educativa, a partir de la cual el profesorado puede generar conocimiento pedagógico.
- El intercambio de experiencias entre iguales para posibilitar la actualización en todos los campos de intervención educativa.
- La unión de la formación a un proyecto institucional de cambio en la escuela.
- La formación como revulsivo crítico a prácticas laborales y sociales inadecuadas (como el sexismo, el individualismo, la exclusión, intolerancia,...).
- El desarrollo profesional del centro educativo mediante el trabajo colaborativo para transformar esa práctica”. (Citado en Pozuelo, 2014).

Este autor nos viene a confirmar, lo que ya venían expresando otros autores en diferentes informes, la importancia de crear comunidades virtuales de docentes y crear plataformas de contenidos en red que proporcionen materiales de apoyo para la docencia.

El desarrollo profesional docente debe ser entendido como un proceso de búsqueda permanente de formas de crecimiento humano, de cualificarse y actualizarse en áreas pedagógicas y en el desarrollo de destrezas encaminadas a su mejora profesional. Implica un “proceso colaborativo de innovación pedagógica, un

compromiso personal con la propia superación y un compromiso social con la transformación educativa de la institución donde se desarrolla su labor” (Fernández, 2007, p.2).

La idea del profesor como agente de cambio está recogida en libros de autores como Fullan (2002), quien no deja de criticar la formación permanente afirmando que ésta no es suficiente para preparación al menos suficiente, para llegar a cabo una transformación. Se enfatiza en sus trabajos la necesidad de dotar al profesorado de conocimientos, pero también de herramientas para introducir cambios en las organizaciones donde ejercen.

Esta última idea también aparecía en el trabajo de Imbernón (2009), la cual la presenta como imprescindible para establecer el propósito de la enseñanza, hacerlo de una vez por todas profesional y más importante aún, dotarle del valor que se merece y el cuál ha perdido en las últimas décadas.

2.8.7.1. Algunas críticas a los procesos de formación permanente

Varios autores señalan que la innovación y la formación permanente del profesorado no corresponden a las necesidades de post-formación de estos profesionales y por ello están desvinculadas de las actividades que estos profesionales desarrollan en la ocupación de su cargo. De esta forma critican las carencias que el sistema de formación de estos profesionales para adaptarse a los continuos cambios en la realización de su trabajo docente. (Álvarez y Romero, 2007; Imbernón, 2007; Trujillo y Raso, 2010)

Álvarez y Romero (2007) alega que durante mucho tiempo se ha reconocido (de forma no explícita) el divorcio, segregación o separación entre la formación y el desempeño docente, por ello los docentes realizan cursos de formación complementaria a su formación por simples trámites administrativos o burocráticos para atesorar méritos. Sin embargo, dichas formaciones complementarias deberían ir dirigidas a satisfacer carencias reales que puedan surgir en el proceso de llevar a cabo su profesión, aprendiendo factores que

puedan ser llevados a cabo a la práctica beneficiando a su propio centro o aula con las nuevas aptitudes aprendidas por el profesional.

Es inadecuado, por tanto, pretender “actualizar” al profesorado embarcándolo en actividades que promueven su aprendizaje continuo cuando las modalidades que se le ofrecen no van más allá de cursos cortos, descontextualizados, alejados de los problemas concretos y sin aplicación práctica ni seguimiento (Marcelo y Vaillant, 2009). Como afirman Trujillo y Raso (2010, p.52) “en una sociedad cada vez más globalizada y tecnificada, la formación del profesorado necesita de una reforma en profundidad [...] en contenidos y especialmente en metodologías”. En el ámbito concreto de la formación tecnológica, coincidimos con Rodríguez Torres (2012) en que la formación en TIC debe favorecer la toma de decisiones del profesorado en relación al tipo de tecnologías que quieren implantar en el centro, conforme a las necesidades del alumnado concreto con el que trabajen.

Este autor denuncia que en muchas ocasiones las decisiones sobre las tecnologías a instalar son tomadas desde equipos técnicos, sin contar con la realidad del centro. Con lo que demanda de unos procesos de formación permanente muy tecnificados, con mayor peso de las competencias instrumentales que las habilidades pedagógicas docentes no son la solución.

Esta es, de hecho, la principal carencia de los sistemas de formación docente que argumentan autores como Llorente (2008), quien establece que los esfuerzos se han centrado en las competencias técnico-instrumentales de los docentes, olvidando su capacidad didáctica. Esta autora defiende la necesidad de una reorientación de las políticas de formación, que deberían contemplar los siguientes aspectos:

- “Centrarse en aspectos didáctico-metodológicos, no meramente técnicos.

- Contar con una buena formación conceptual, que permita una integración conceptual del aprendizaje sobre las TIC.
- Ser un proceso continuo, no puntual.
- Estar estructurado en distintos niveles.
- Conseguir que el profesorado valore las TIC como herramientas que permiten innovar y construir escenarios diferentes para el aprendizaje.
- Fomentar no sólo el cambio de herramientas, también el cambio metodológico”. (Citado en Morales, Trujillo y Raso, 2015)

En el contexto latinoamericano, Vezub (2011) recrimina que en las últimas décadas las reformas educativas han conducido a:

- “La hiperresponsabilización de los docentes por los cambios a lograr, lo que les ha sobrecargado, en contextos de difícil implementación y recursos escasos.
- La desautorización de los docentes como agentes legítimos y responsables de los procesos educativos.
- El predominio de una “lógica instrumental” de la capacitación, que se limita al manejo de las tecnologías bajo el imperativo de la innovación”. (Citado en Pozuelo, 2014)

En el campo de la formación tecnológica, parece claro que la capacitación es excesivamente técnica, y carente de una aproximación pedagógica que realmente ayude al cambio metodológico que exige el nuevo paradigma educativo. ¿Qué opinan los propios docentes sobre este aspecto?

Un estudio comparativo llevado a cabo en la Comunidad Canaria (Marrero Galván, Fernández González, Tejera Rodríguez y Elórtegui Escartín, 2012) muestra las diferencias en la percepción docente acerca de la formación permanente.

En el año 2002, un 81% del profesorado encuestado opinaba que esta formación sólo era un medio para ponerse al día en la profesión docente. En el año 2011, sin embargo, el 75% de los docentes encuestados opina que esta capacitación facilita la práctica educativa. Al preguntarles sobre la influencia que esa renovación pedagógica había tenido en la práctica, los porcentajes en ambos años son muy similares (sólo un 35-40% del profesorado admite cambios perceptibles). Además, los talleres prácticos y cursos cortos que abarcan temas puntuales y actuales son considerados los más eficaces por los encuestados.

Otras investigaciones como la de Bazán, Castellanos, Galván y Cruz (2010), aportan conclusiones más que destacables. Los docentes aprecian esta formación como una oportunidad única para introducir cambios, innovaciones y mejoras en su práctica diaria, lo que repercute en el aprendizaje de los estudiantes, y de la comunidad educativa en general; y se valoran como buenos instrumentos para tomar conciencia sobre la necesidad de actualización constante que esta profesión exige.

Sin embargo, concuerdan en que la mayoría de los cursos no corresponden con las expectativas y necesidades reales que se les presentan en su práctica diaria. El gran peso de los contenidos teóricos, en detrimento de los prácticos, limita las posibilidades de aplicación de los conocimientos en el aula por parte del profesorado.

2.8.7.2. Algunas propuestas para mejorarlos procesos formativos

Ante las diversas críticas que suscitan los actuales sistemas de formación permanente del colectivo docente, suscita a realizar una serie de cambios en las propuestas actuales para conseguir que estos procesos formativos correspondan a las necesidades reales que padece el personal docente en la actualidad para llevar a cabo su actividad profesional de la manera más beneficiosa para su propio centro. Diseñando de esta forma un plan de

formación docente adecuado en el mismo centro educativo que abarque las necesidades que presenta el mismo.

Este planteamiento fue llevado a la práctica (Briceño Marcano, Quintero y Rodríguez, 2013) mostrando tres factores clave a tener en cuenta a la hora del diseño:

1. “Las actitudes del profesorado y conocimiento profesional: resulta necesario realizar un análisis de la realidad que permita detectar la situación de partida en cuanto a actitudes y nivel de formación docente.
2. El potencial curricular de los medios y las tecnologías: que incluye la detección del estado inicial de integración curricular de las TIC y la valoración de las TIC como recurso didáctico por los docentes.
3. La formación y desarrollo profesional del docente en medios: que implica el diseño de la propuesta de formación en sí misma, establecida en niveles y acorde a las necesidades docentes detectadas”. (Citando en Pozuelo, 2014)

Para superar la dificultad que supone el excesivo carácter teórico de la formación, diversos autores (García-Ruiz y Castro, 2012; Monclús Estella y Sebán Vera, 2008; Piñero, Martín y Rivera Machado, 2010) proponen una formación permanente del profesorado basado en competencias. De hecho, existen autores que apuestan por un sistema nacional de aptitudes profesionales (Tejada Fernández, 2005), en el que se establezcan perfiles profesionales y competencias necesarias en cada uno de ellos. En esta línea, Barraza (2007) propone ocho competencias genéricas en la formación de docentes. El profesor debería ser formado para ser capaz de:

1. “Recuperar el significado de un texto a partir de sus principales conceptos.

2. Elaborar una síntesis de la información relevante de un discurso oral o escrito.
3. Resolver diferentes tipos de problemas.
4. Participar en trabajos colaborativos.
5. Participar en comunidades de aprendizaje.
6. Crear y mantener procesos de autorregulación.
7. Desarrollar un pensamiento creativo.
8. Construir disertaciones con base en una lógica argumentativa.” (Citado en Tejada Fernández, 2005)

Este autor aconseja, además, que la formación en estos ámbitos debe ir acompañada de un cambio metodológico docente, de manera que teoría y práctica se apoyen mutuamente en el desarrollo integral del profesor, para lo cual propone una serie de métodos como la utilización del aprendizaje cooperativo, la resolución de problemas en colaboración o la creación de comunidades de aprendizaje en el aula.

Otro estudio sobre la situación real de formación en competencias realizado en las universidades públicas catalanas (Torra et al., 2012) aporta una serie de datos interesantes:

- Se identifican las seis competencias principales que definen la acción docente: competencia comunicativa, metodológica, interpersonal, de planificación y gestión de la docencia, de trabajo en equipo y de innovación.
- La formación en competencias es mayor en la formación inicial del profesorado, más adelante, la formación se orienta hacia aspectos más específicos e instrumentales.

- En los procesos de formación, tanto inicial como continua, las competencias que más se trabajan son la metodológica, comunicativa y la de planificación y gestión de la docencia.
- La oferta de formación específica orientada al logro de competencias varía de unas universidades (en las que representan menos del 25% de la oferta) a otras (en las que suponen un 51-75% del total).
- Lo que resulta escaso en todas las universidades consultadas es el nivel de diagnóstico previo y evaluación posterior de las competencias adquiridas.

Tras la evaluación de los resultados, los autores del estudio proponen unas pautas que la formación docente centrada en las competencias debe seguir:

- Ofrecer apoyo mutuo entre profesores, bien a través de un profesor mentor o de forma colectiva.
- Provocar la reflexión del profesorado sobre su propia práctica docente.
- Plantear la formación en términos de investigación-acción, provocando que el profesorado trabaje en red con compañeros.
- Poner en crisis las propias actuaciones a medida que se progresa en el conocimiento teórico sobre los distintos aspectos de la docencia, construyendo nuevas metodologías docentes, estrategias de evaluación, etc.

Atendiendo las ideas expuestas hasta ahora, podemos realizar una pequeña síntesis de los factores que resultan importantes para asegurar la efectividad de los procesos de formación permanente del profesorado:

- “Desarrollarse en los propios contextos de actuación (centros educativos).
- Ser flexibles para adecuarse a las circunstancias del profesorado.

- Partir de la reflexión sobre la propia práctica docente y las necesidades detectadas.
- Incrementar el contenido práctico, que pueda ser implementado en el aula.
- Fomentar la autonomía docente, y la responsabilidad en su proceso de aprendizaje.
- Aprender en un ambiente de colaboración y de interacción social.
- Posibilitar la creación de redes de aprendizaje o comunidades profesionales de aprendizaje docente.
- Comprender al docente como partícipe activo de su desarrollo profesional, siendo constructor de conocimiento pedagógico.
- Concebir al docente como agente de cambio social, favorecedor de mejoras e innovaciones en los centros educativos.
- Acompañar a los procesos formativos de apoyo institucional (aporte de recursos, estructuras, asesoramiento, mejoras salariales, legislaciones).” (Citado en Ruíz-Palmero, Sánchez Rodríguez y Gómez García, 2013)

Se debe de considerar, por tanto, que fomentar una adecuada formación, orienta a la acción práctica, accediendo a los adecuados medios tecnológicos y a un asesoramiento contiguo, facilita a los docentes en adaptar lo aprendido a su labor diaria. Esta formación puede llevarse a cabo de forma presencial o a distancia.

Para finalizar, comentaremos algunas de las ventajas que supone la formación permanente del profesorado de forma virtual. Entre otros factores a tener en cuenta, tal y como nos indican Gómez, Ferrer y Herrán (2015), está la modalidad que permite una mayor flexibilidad temporal, genera un proceso activo de autoformación (convirtiendo al docente en responsable de su propio proceso de aprendizaje), permite personalizar la

formación, respeta los diferentes estilos de aprendizaje y optimiza el uso de recursos como son los tecnológicos(Alfaro, Fernández y Alvarado, 2014).

En definitiva, la formación virtual permite un mayor acceso a la misma por parte del profesorado y una mejor adecuación a sus necesidades (Gómez, Ruíz-Palmero y Rodríguez, 2015). Además, claro está, de favorecer la adquisición de conocimientos y competencias digitales de manera transversal. No en vano gran parte de la formación actualmente ofertada al colectivo docente, desde instituciones públicas y privadas, se desarrolla a distancia en entornos virtuales

2.9. Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC)

El gran desarrollo tecnológico que se ha producido recientemente ha propiciado lo que algunos autores denominan la nueva “revolución” social, con el desarrollo de "la sociedad de la información". Con ello, se desea hacer referencia a que la materia prima "la información" será el motor de esta nueva sociedad, y en torno a ella, surgirán profesiones y trabajos nuevos, o se readaptarán las profesiones existentes (Soto Varela, 2011a).

La dimensión social de las TIC se vislumbra atendiendo a la fuerza e influencia que tiene en los diferentes ámbitos y a las nuevas estructuras sociales que están emergiendo, produciéndose una interacción constante y bidireccional entre la tecnología y la sociedad.

Los valores que dinamicen la sociedad serán los mismos que orienten el uso de las tecnologías, Ruíz-Palmero, Sánchez Rodríguez y Gómez García (2013), realizan una reflexión en profundidad sobre la globalización y la tecnología incidiendo en esta idea sobre la importancia de orientar su utilización para lograr una sociedad más humana, justa e igualitaria.

2.9.1 Concepto de Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC)

Para Cabero las TIC:

“En líneas generales podríamos decir que las nuevas tecnologías de la información y comunicación son las que giran en torno a tres medios básicos: la informática, la microelectrónica y las telecomunicaciones; pero giran, no sólo de forma aislada, sino lo que es más significativo de manera interactiva e interconexionadas, lo que permite conseguir nuevas realidades comunicativas”. (Cabero, 2006: 198)

Algunas de las características de la información de Internet han sido analizadas por Cabero (2006) como representativas de las TIC:

- “Información multimedia. El proceso y transmisión de la información abarca todo tipo de información: textual, imagen y sonido, por lo que los avances han ido encaminados a conseguir transmisiones multimedia de gran calidad.
- Interactividad. La interactividad es posiblemente la característica más importante de las TIC para su aplicación en el campo educativo. Mediante las TIC se consigue un intercambio de información entre el usuario y el ordenador. Esta característica permite adaptar los recursos utilizados a las necesidades y características de los sujetos, en función de la interacción concreta del sujeto con el ordenador.
- Interconexión. La interconexión hace referencia a la creación de nuevas posibilidades tecnológicas a partir de la conexión entre dos tecnologías. Por ejemplo, la telemática es la interconexión entre la informática y las tecnologías de comunicación, propiciando con ello, nuevos recursos como el correo electrónico, los IRC, etc.

- Inmaterialidad. En líneas generales podemos decir que las TIC realizan la creación (aunque en algunos casos sin referentes reales, como pueden ser las simulaciones), el proceso y la comunicación de la información. Esta información es básicamente inmaterial y puede ser llevada de forma transparente e instantánea a lugares lejanos.
- Mayor Influencia sobre los procesos que sobre los productos. Es posible que el uso de diferentes aplicaciones de la TIC presente una influencia sobre los procesos mentales que realizan los usuarios para la adquisición desconocimientos, más que sobre los propios conocimientos adquiridos” (Citado en Belloch, 2012).

En los distintos análisis realizados, sobre la sociedad de la información, se remarca la enorme importancia de la inmensidad de información a la que permite acceder Internet. En cambio, muy diversos autores han señalado justamente el efecto negativo de la proliferación de la información, los problemas de la calidad de la misma y la evolución hacia aspectos evidentemente sociales, pero menos ricos en potencialidad educativa económica, comercial, lúdica, etc. No obstante, como otros muchos señalan, las posibilidades que brindan las TIC suponen un cambio cualitativo en los procesos más que en los productos.

Estas dos dimensiones básicas (mayor grado de protagonismo por parte de cada individuo y facilidades para la actuación colectiva) son las que suponen una modificación cuantitativa y cualitativa de los procesos personales y educativos en la utilización de las TIC tal y como nos dice Egido et al (2006) y los cuales tienen unas características:

- Instantaneidad. Las redes de comunicación y su integración con la informática, han posibilitado el uso de servicios que permiten la comunicación y transmisión de la información, entre lugares alejados físicamente, de una forma rápida.
- Digitalización. Su objetivo es que la información de distinto tipo (sonidos, texto, imágenes, animaciones, etc.) pueda ser transmitida por los mismos medios al estar

representada en un formato único universal. En algunos casos, por ejemplo los sonidos, la transmisión tradicional se hace de forma analógica y para que puedan comunicarse de forma consistente por medio de las redes telemáticas es necesario su transcripción a una codificación digital, que en este caso realiza bien un soporte de hardware como el MODEM o un soporte de software para la digitalización.

- Penetración en todos los sectores (culturales, económicos, educativos, industriales...).

El impacto de las TIC no se refleja únicamente en un individuo, grupo, sector o país, sino que, se extiende al conjunto de las sociedades del planeta. Los propios conceptos de "la sociedad de la información" y "la globalización", tratan de referirse a este proceso. Así, los efectos se extenderán a todos los habitantes, grupos e instituciones conllevando importantes cambios, cuya complejidad está en el debate social hoy en día (Beck, U, 2002).

- “Innovación. Las TIC están produciendo una innovación y cambio constante en todos los ámbitos sociales. Sin embargo, es de reseñar que estos cambios no siempre indican un rechazo a las tecnologías o medios anteriores, sino que en algunos casos se produce una especie de simbiosis con otros medios. Por ejemplo, el uso de la correspondencia personal se había reducido ampliamente con la aparición del teléfono, pero el uso y potencialidades del correo electrónico han llevado a un resurgimiento de la correspondencia personal.
- Tendencia hacia automatización. La propia complejidad empuja a la aparición de diferentes posibilidades y herramientas que permiten un manejo automático de la información en diversas actividades personales, profesionales y sociales. La necesidad de disponer de información estructurada hace que se desarrollen gestores personales o corporativos con distintos fines y de acuerdo con unos determinados principios.” (Citado en Belloch, 2012).

2.9.2 Integración de las TIC en la Educación

La sociedad de la información en la que estamos inmersos requiere nuevas demandas de los ciudadanos y nuevos retos a lograr a nivel educativo. Entre ellos como nos señala Morales, Trujillo y Raso (2015) son:

- Posee de criterios y estrategias de búsqueda y selección de la información efectivos, que permitan acceder a la información relevante y de calidad.
- La necesidad de conocer códigos comunicativos utilizados en los nuevos medios.
- Impulsar que los nuevos medios contribuyan a difundir los valores universales, sin discriminación a ningún colectivo.
- Formar a ciudadanos críticos, autónomos y responsables que tengan una visión clara sobre las transformaciones sociales y culturales que se van produciendo y puedan participar activamente en ellas.
- Adaptar y modificar la educación y la formación a los cambios continuos que se van produciendo a nivel social, cultural y profesional.

Las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) han ido integrándose en los centros educativos de forma paulatina. A las primeras reflexiones teóricas que los profesionales de la educación realizaban sobre la adecuación o no de estas tecnológicas para el aprendizaje, se ha continuado con el análisis sobre el uso de estas tecnologías y su vinculación a las teorías de aprendizaje, junto a propuestas metodológicas para su implementación.

El uso de las TIC no conduce necesariamente a la implementación de una determinada metodología de enseñanza/aprendizaje. Se producen en múltiples ocasiones procesos educativos que integran las TIC siguiendo una metodología tradicional en la que se enfatiza

el proceso de enseñanza, en donde el alumno recibe la información que le trasmite el profesor y en la que se valoran fundamentalmente la atención y memoria de los estudiantes.

No obstante, según Belloch (2012) los profesores que deseen guiar los aprendizajes de sus alumnos, fomentando la interacción y el aprendizaje colaborativo siguiendo los postulados del constructivismo social de Vygotsky o el aprendizaje por descubrimiento de Bruner, tienen en las TIC un fuerte aliado, fundamentalmente en los diferentes recursos y servicios que ofrece Internet. El impacto de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) sobre la educación, propicia posiblemente uno de los mayores cambios en el ámbito de la Educación.

Gracias a internet y de las informaciones y recursos que ofrece, en el aula se abre una nueva ventana que nos permite acceder a múltiples recursos, informaciones y comunicarnos con otros, lo que nos ofrece la posibilidad de acceder con facilidad a conocer personalidades de opiniones diversas. Por otro lado, las nuevas teorías de aprendizaje que centran su atención no tanto en el profesor y el proceso de enseñanza, como en el alumno y el proceso de aprendizaje, tienen un buen aliado en estos medios, si se utilizan atendiendo a los postulados del aprendizaje socio-constructivo y bajo los principios del aprendizaje significativo.

Como han demostrado diferentes estudios, el uso de las TICs en la educación depende de múltiples factores (infraestructuras, formación, actitudes, apoyo del equipo directivo, etc.), entre los cuales el más relevante es el interés y la formación por parte del profesorado, tanto a nivel instrumental como pedagógico. El estudio realizado por Apple Classrooms of Tomorrow (1985) en el que se analiza como integran los docentes los recursos tecnológicos (TIC), indica un proceso de evolución que sigue 5 etapas:

- “Acceso: Aprende el uso básico de la tecnología.
- Adopción: Utiliza la tecnología como apoyo a la forma tradicional de enseñar.

- Adaptación: Integra la tecnología en prácticas tradicionales de clase, apoyando una mayor productividad de los estudiantes.
- Apropriación: Actividades interdisciplinarias, colaborativas, basadas en proyectos de aprendizaje.
- Invención: Descubren nuevos usos para la tecnología o combinan varias tecnologías de forma creativa.” (Citado en Belloch, 2012)

No obstante de todas las TIC’s posibles, debemos resaltar dos en particular, que son las que han servido como herramienta para llevar a cabo la situación experimental de esta tesis: Sketchup y Realidad Aumentada (Aumentaty Author).

2.9.3. Utilización de SketchUp en la Enseñanza Secundaria.

Si traducimos literalmente Sketch Up del inglés obtenemos “Boceto Arriba” en una clara alusión a la utilidad del programa de levantar o dar volumen a planos o bocetos en 2D.

En abril de 2012 la compañía Trimble Navigation compra el software SketchUp a Google, quien lo había popularizado con la versión Google SketchUp 8. Esta compañía lo había comprado seis años antes a la compañía @Last Software, creadora de dicha aplicación. No obstante, aparte de la versión Pro comercial, el programa sigue teniendo una versión básica gratuita y multiplataforma (PC y Mac), lo que permite utilizarlo sin licencia para uso educativo o particular.

En la etapa de Google se desarrollaron aplicaciones de pago dirigidas a profesionales como la de situar objetos o diseños en un lugar concreto gracias a la aplicación Google Earth.

Este tipo de software gratuito no puede compararse en prestaciones y capacidades a la versión Pro del propio SketchUp o a otros software comerciales como Pro-Engineer, Autodesk Inventor, Catia, etc. No obstante de entre los software “no técnicos” la

aplicación SketchUp es uno del software 3D más intuitivos y fáciles de usar comparativamente.

Algunas de las características más interesantes del software SketchUp como menciona la propia compañía y Soto Varela (2014b) para su uso en educación son:

- Su versión básica es gratuita y suficiente para el nivel de la ESO.
- Es muy sencilla su interfaz, herramientas y manejo. Los elementos principales son las barras de título, herramientas y estado, así como los menús, el cuadro de control de valores (CCV) y el área de dibujo.
- El aprendizaje es muy rápido e intuitivo sin necesidad de amplios conocimientos previos. Desde la primera sesión ya se pueden crear modelos en 3D.
- Nos permite tener al instante las vistas 2D (alzado, planta, perfil, etc.) de la figura 3D que estemos modelando.
- Permite medir dimensiones y ángulos, utilizar escalas y cambiarlas e incluso realizar acotaciones en la figura tanto en 2D como en 3D.
- Facilita el dibujar en dos dimensiones en el plano para luego dar volumen con la tercera dimensión.
- Hay creada y de forma gratuita de una biblioteca de objetos, fotos y texturas creada de modo colaborativo por todos los usuarios.
- Para cada herramienta seleccionada, el programa dispone de una ayuda tipo “instructor” que puede mantenerse desplegado a la vez que se maneja el programa con trucos, ilustraciones y animaciones.

Finalmente, conviene reseñar que el programa pone a disposición del usuario la página web con la guía oficial de ayuda, el denominado Knowledge Center que incluye, entre otros:

- Tutoriales en Video
- Foro de ayuda
- Tutoriales de autoaprendizaje.
- Guías de ayuda: Primeros Pasos, Conceptos, Guía Rápida, etc. (Ver en el Anexo II la Guía de Referencia Rápida de SketchUp de la versión anterior Google 8, única disponible actualmente hasta su actualización a SketchUp 2013).

Además de lo anterior, para fines educativos existen numerosos videos, tutoriales y actividades en la web para el uso y aprendizaje de sus múltiples posibilidades. Se ha recopilado una selección de ellos que figura en el Anexo I como Guía Básica de Recursos y Actividades para uso de SketchUp en la Enseñanza Secundaria.

2.9.4. ¿Qué es la Realidad Aumentada?

La Realidad Aumentada, a partir de ahora RA, es una tecnología que superpone a una imagen real obtenida a través de una pantalla imágenes, modelos 3D u otro tipo de informaciones generados por ordenador. Un ejemplo muy claro e ilustrativo de este tipo de escenarios lo tenemos en conocidos videojuegos como Invizimals o Pokemon Go que aplican esta tecnología. Los proyectos etiquetados como realidad aumentada no han parado de crecer en los últimos años (Soto Varela, 2015c).

Existen multitud de definiciones de la realidad aumentada y todas aportan algo interesante a la caracterización de este tipo de tecnología. En el informe sobre realidad virtual de Durlach y Mavor (1995) se habla de la RA como sistemas en los cuales entornos reales y virtuales se combinan, aunque esta definición es sencilla adolece de ciertas carencias ya que nos llevaría a catalogar algunos sistemas de RA cuando realmente no lo son.

Tal y como ejemplifica Reinoso (2013), si pensamos en la previsión del tiempo que se ofrece en la televisión todos los días; ¿es RA ese mapa sobre el que el presentador señala el

tiempo que va a hacer en cada parte del país? La respuesta es que no, aunque podría caer en lo que nos ofrece esta primera aproximación.

Otros autores ofrecen elaboraciones del concepto más complejas que contienen más elementos de discernimiento. Así por ejemplo De Pedro (2011) explica la RA como “aquella tecnología capaz de complementar la percepción e interacción con el mundo real, brindando al usuario un escenario real aumentado con información adicional generada por ordenador. De este modo, la realidad física se combina con elementos virtuales disponiéndose de una realidad mixta en tiempo real” (p. 301).

En esta definición, mucho más amplia, observamos la aparición de conceptos de gran trascendencia en los entornos de RA como son la interacción, la realidad mixta o el tiempo real.

Uno de los gurús de la RA da lo que él delimita como una definición funcional de la RA (únicamente se fija en para qué sirve la RA) y define la RA como objetos virtuales o anotaciones que pueden ser superpuestos en el mundo real como si realmente existieran (Kato, 2010).

Aunque sencilla y fácil de entender, esta definición de RA incluye los mismos elementos que la anterior pero comprimidos en esa expresión de como si realmente existieran. Por su parte Basogain, Olabe, Espinosa, Rouèche y Olabe (2007) afirman que

“la realidad aumentada no reemplaza el mundo real por uno virtual, sino al contrario, mantiene el mundo real que ve el usuario complementándolo con información virtual superpuesto al real. El usuario nunca pierde el contacto con el mundo real que tiene al alcance de su vista y al mismo tiempo puede interactuar con la información virtual superpuesta” (p.1).

Otros autores se fijan más en qué tipo de hardware o dispositivos se pueden utilizar para los sistemas de RA. Así Fombona, Pascual y Madeira (2012) afirman:

“la realidad aumentada amplía las imágenes de la realidad, a partir de su captura por la cámara de un equipo informático o dispositivo móvil avanzado que añade elementos virtuales para la creación de una realidad mixta a la que se le han sumado datos informáticos” (p.203).

Está claro que si se analizan todas estas aportaciones de los diferentes autores se obtiene una imagen bastante clara de lo que es la RA, pero sin duda si se quiere una definición técnica, completa y precisa de RA debemos atenernos a la ya clásica que otro de los gurús de la RA dio en su famoso artículo de 1997 “A survey of augmented reality”. En este artículo Azuma (1997) nos dice textualmente lo siguiente:

“[...] para evitar limitar la realidad aumentada a tecnologías específicas, este artículo define la RA como sistemas que tienen las tres siguientes características: 1) Combina lo real y lo virtual. 2) Interactiva y en tiempo real. 3) Registrada en 3D” (p.356).

Estas tres características delimitan de forma clara lo que es o no es un sistema de RA. Específicamente se excluyen los sistemas 2D y se obliga a la interactividad en tiempo real: el usuario debe poder provocar acciones en el entorno y que el entorno se vea modificado y se lo haga saber a su vez al usuario.

2.9.4.1. Niveles de la RA.

Hay varios autores que hablan de niveles de RA (Estebanell, Ferrés, Cornellà y Codina, 2012; Lens-Fitzgerald, 2009; Reinoso, 2012; Rice, 2009). Se pueden entender los niveles como una forma de medir la complejidad de las tecnologías involucradas en el desarrollo de sistemas de RA. En principio, a más nivel, mayores son las posibilidades de las aplicaciones. Entre los diferentes autores hay algunos cambios de criterio en cuanto a los niveles que presentan y dónde caería alguna de las tecnologías que se comentan. En este

punto es de destacar, por ejemplo, que tanto Reinoso (2012) como Estebanell et al. (2012) introducen la activación mediante imágenes como realidad aumentada *markerless* mientras que Lens-Fitzgerald (2009) considera este tipo de RA como nivel 1 (no *markerless*). Rice (2009) incluso advierte de que el término *markerless* fue utilizado más que nada como una campaña de marketing por parte de las empresas para distinguir el uso de imágenes del uso de las marcas o patrones predefinidos en la activación de las aplicaciones de RA.

Para el propósito de este trabajo se ha optado por la utilización del esquema de Lens-Fitzgerald. Lens-Fitzgerald, el cofundador de Layar, uno de los navegadores de RA más importantes del mundo, escribió un artículo en 2009 donde define los niveles de la RA. En Lens-Fitzgerald (2009) se mencionan cuatro niveles (del 0 al 3). Este autor introduce los códigos *QR* (*Quick Response*) como nivel 0 de RA. Su clasificación queda por tanto de esta manera:

- “Nivel 0. Hiperenlazando el mundo físico (physical world hyper linking). Basado en códigos de barra (enlaces 1D, Universal Product Code), códigos 2D (por ejemplo los códigos QR) o reconocimiento de imágenes aleatorias (véase Imagen 1). Lo característico de este nivel 0 es que los códigos son hiperenlaces a otros contenidos, no existe registro en 3D ni seguimiento de los marcadores (básicamente funcionan como un hiperenlace html pero sin necesidad de teclear).
- Nivel 1. AR basado en marcadores (marker based AR). Normalmente es reconocimiento de patrones 2D, el reconocimiento 3D de objetos (por ejemplo, una silla) sería la forma más avanzada de nivel 1 de AR (véase Imagen 2). Según Estebanell et al. (2012): “los marcadores son unas imágenes en blanco y negro, generalmente cuadradas, con dibujos sencillos y asimétricos” (p.282).
- Nivel 2. RA sin marcadores (markerless AR). Mediante el uso del GPS y la brújula de los dispositivos electrónicos conseguimos localizar la situación y la

orientación y superponer POI (puntos de interés) en las imágenes del mundo real (véase Imagen 3). Lens-Fitzgerald (2009) lo define como AR basada en GPS-brújula. También puede incluir el uso de acelerómetros para calcular la inclinación.

- Nivel 3. Visión aumentada, citando a Rice (2009): «Debemos despegarnos del monitor o el display para pasar a ligeros, transparentes displays para llevar encima (de una escala como las gafas). Una vez la RA se convierte en VA (visión aumentada), es inmersiva. La experiencia global inmediatamente se convierte en algo más relevante, contextual y personal. Esto es radical y cambia todo» (párr.6).

Este nivel no está todavía disponible”. (Citado en Espinosa, 2015).

Rice (2009) incluso habla de un nivel 4 (véase Imagen 4) donde terminaremos usando “displays de lentes de contacto y/o interfaces directos al nervio óptico y el cerebro. En este punto, múltiples realidades colisionarán, se mezclarán y terminaremos con Matrix” (párr.13). Rice habla de un entorno donde podremos olvidarnos de nuestros cuerpos y que será la culminación de la realidad virtual.

Por supuesto este apunte en estos momentos es sólo una suposición para un futuro a muy largo plazo aunque ya existen proyectos para producir lentes de contacto que actúen como *displays*. La tecnología que Reinoso (2013) y otros denominan *markerless* (entendida como el uso de imágenes como activadores), aunque parecida a la de marcas, es mucho más robusta frente al movimiento, inflexiones y cambios en la iluminación, de la posición y a cambios extremos de perspectiva u oclusión de las imágenes que sirven de marcadores (Ortega, 2013) por lo que su resultado final es de mayor calidad.

2.9.4.2. Relevancia de la tecnología de RA en educación.

En tanto en cuanto esta tecnología es obviamente prometedora en cuanto a sus previsibles resultados como bien defienden varios autores (De Pedro y Martínez, 2012; Kato, 2010; Reinoso, 2012), no podemos perder de vista la siempre difícil aplicación de las innovaciones al entorno real escolar.

El propio Reinoso (2012), aun reconociendo el enorme potencial de las herramientas que nos proporciona la RA, expresa sus dudas a la hora de implementarlas como herramientas de trabajo en el aula, calificando tal implementación como un desafío. El elemento motivacional, tan importante en la educación parece garantizado, pues como dice Reinoso (2012): “numerosas han sido las investigaciones que sugieren que la RA refuerza el aprendizaje e incrementa la motivación por aprender” (p. 371).

Es de gran importancia escoger bien los objetivos a conseguir con la utilización de estos sistemas y tener en cuenta a qué audiencia nos dirigimos, como bien afirma Kaufmann (2003): “la Realidad Aumentada no puede ser la solución ideal para todas las necesidades de las aplicaciones educativas pero es una opción a considerar” (p. 1).

Adell y Castañeda (2012) consideran que hay que ser prudentes ante el cambio revolucionario prometido por las tecnologías y que hay que mantener “un cierto grado de escepticismo” (p. 31).

En la línea de los mismos autores también sería una cuestión a discutir si estas nuevas innovaciones tecnológicas producen a su vez novedades en la forma de enseñar, lo que denominan pedagogías emergentes. Adell y Castañeda (2012) definen las pedagogías emergentes como: “conjunto de enfoques e ideas pedagógicas [...] que surgen alrededor del uso de las TIC en educación y que intentan aprovechar todo su potencial comunicativo,

informativa, colaborativa, interactiva, creativa e innovadora en el marco de una nueva cultura del aprendizaje” (pp. 22-23).

Cuestión a discutir es si una innovación pedagógica es completamente necesaria hablando de las tecnologías de realidad virtual, Hanson y Shelton (2008) nos ofrecen un enfoque en el cual esto no es necesario: “ofrecemos una reflexión sobre los desafíos del diseño y desarrollo de estas aplicaciones a un nivel personal, y ofrecemos recomendaciones sobre un enfoque que puede tener sentido para usar RV en una práctica instruccional tradicional” (p.118).

Según estos autores por tanto estas tecnologías pueden ofrecer ventajas incluso integrándose en métodos de enseñanza tradicional.

Otros autores muestran un sesgo más optimista y se muestran más convencidos del uso de la RA en el aula, así Estebanell et al. (2012) Habla que las tecnologías en dispositivos móviles superan la limitación del tiempo y del espacio en los entornos de aprendizaje pero además añaden que las aplicaciones de RA “no solo responden a este tipo de exigencia si no que la amplían de manera cualitativamente significativa al ofrecer información situada, contextualizada, desde el lugar y en el momento que el consumidor la precisa” (p. 290).

Por su parte Billinghurst (2002), creador del primer libro de RA “Magic book” nos da muy buenas razones pensar que la RA podría ser muy valiosa en la educación: Soporte de una fluida interacción entre el entorno real y el virtual.

El uso de la metáfora de la interfaz tangible para la manipulación de objetos. La habilidad para hacer suavemente la transición entre realidad y virtualidad» (p. 2).

En la misma línea González (2013) da otras tres razones para apostar por la RA: “Posibilita contenidos didácticos que son inviables de otro modo. Nos ayuda a que exista una

continuidad en el hogar. Aporta interactividad, juego, experimentación, colaboración, etc.
“(p. 1).

Roussou (2004) nos proporciona un enfoque metodológico que considera adecuado aplicar a los entornos de realidad virtual, tales argumentos pueden ser igualmente compatibles con los sistemas de RA. De hecho la autora reconoce la dificultad, debido a su elevado coste, de implementaciones de RV que sirvan a los objetivos educativos y que por tanto estarían en principio restringidos a museos o instituciones de investigación, pero que esta limitación se verá superada (como de hecho ya lo está siendo) por los avances que desde la fecha del artículo se han producido en los entornos tecnológicos y redes de acceso.

La autora dice que “el constructivismo se adopta como base para el desarrollo de entornos altamente interactivos y participativos, donde el usuario es capaz de modificar, construir, probar ideas, e involucrarse activamente en la resolución de un problema” (p. 5).

Roussou (2004) afirma también que hay un gran consenso entre los educadores sobre que la interactividad en la enseñanza es necesaria y sigue el argumento de G.R. Author de que “la gente retiene [...] el 75% de lo que ve, oye y hace” (pp. 3-4).

No obstante, de todo el software disponible de Realidad Aumentada disponible en la red, nos hemos decantado por *Aumentaty Author* por su facilidad en el manejo, su gratuidad y porque permite la exportación de los modelos creados con Sketchup a su software, haciéndolo en la herramienta perfecta para esta investigación.

CAPÍTULO 3. ESTADO DEL ARTE. ANÁLISIS DEL ESTADO DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE GEOMETRÍA, LA TEORÍA DE SITUACIONES DIDÁCTICAS Y REALIDAD AUMENTADA.

3.1. La geometría en la Educación Primaria

Hay 5 trabajos relacionados con la enseñanza-aprendizaje de la geometría en Educación Primaria. Fiol (1999) plantea un problema de carácter general: *¿Cómo garantizar una óptima entre la enseñanza-aprendizaje de la geometría y el desarrollo cognitivo de los alumnos de 6 a 12 años?*

Guillén, Sáiz, Figueras y Corberán (2003) muestran tres ítems de un cuestionario diseñado para valorar si la geometría enseñada se corresponde con la que aparece el currículum de Primaria de las escuelas de algunos estados de Méjico.

Hay otras dos investigaciones que se basan en sendos estudios exploratorios sobre la enseñanza de la geometría. La primera de ellas (Figueras y Guillén, 2005), se inscribe dentro de la formación del profesorado, donde se elabora una segunda versión de un cuestionario, que luego se pasa a 20 maestros en ejercicio, y así poder analizar la situación de la enseñanza de la geometría en algunas escuelas mejicanas de Primaria. Mientras que en la otra, Guillén y Figueras (2005) presentan, tras un estudio, las creencias y concepciones de 20 maestros mejicanos en ejercicio, sobre que entienden y como entiendes la geometría de los sólidos, y de las demás actividades geométricas que desarrollan en el aula.

El quinto trabajo es de Carrillo y Climent (2005) y aborda un estudio comparado, bajo el prisma de una investigación tanto cuantitativa como cualitativa, sobre cómo se enseña los polígonos en el 6º curso de Primaria en cuatro países (Hungría, Bélgica, España e Inglaterra).

La docencia analizada ha sido llevada a cabo por un maestro de cada país y ha sido considerada por los investigadores como ejemplo de buenas prácticas en su contexto.

3.1.1. Sobre el desarrollo profesional del profesor en la Educación Primaria

En lo que se refiere al desarrollo profesional del profesor hay un total de 6 trabajos. Dos de ellos están dedicados al análisis del desarrollo profesional de una maestra a partir de un estudio de caso.

En el primero, Carrillo y Climent (2002) analizan como va evolucionando una maestra experimentada, que está concienciada en reflexionar y modificar sus prácticas docentes, esto dentro de proyecto de investigación colaborativo sobre la resolución de problemas. Uno de los principales resultados que se obtuvo es el cambio de sus concepciones como maestra a la hora de reflexionar sobre la necesidad de dominar el conocimiento que se requiere para trabajar en el aula desde el enfoque de la resolución de problemas.

En el segundo trabajo (Muñoz-Catalán, Carrillo y Climent, 2006), que continua la misma línea que el anterior, se analiza el desarrollo de una maestra desde que comienza sus estudios de magisterio, hasta convertirse finalmente en maestra. En él, se pretende conocer sobre qué reflexiona y cómo se posiciona como estudiante en prácticas y como maestra en ejercicio, identificando las posibles diferencias en ambos casos.

Hay otros dos ubicado también, en el trabajo cooperativo. Así, Lopes y Salinas (2006), dentro de un experimento realizado sobre una unidad didáctica de Matemáticas, en una clase de 25 alumnos de 5º de Primaria, se plantean el problema siguiente: *¿Cómo influye en la forma que los alumnos aprenden y ven los conceptos geométricos y de medida, la enseñanza que privilegia el aprendizaje en grupos cooperativos?*

Y Lopes, Salinas y Palhares (2008) presentan un estudio de caso. A partir de una experiencia educativa de una sola sesión de trabajo, donde se trabajan dos problemas de áreas

con cuatro alumnos de 5° de Primaria, donde los estudiantes tenían que interactuar para llegar a su resolución. El objetivo principal es investigar si las estructuras de aprendizaje cooperativo introducen o no cambios significativos en los participantes en el aula.

Alfonso, Rigo y Gómez (2008) exponen un estudio de caso de carácter etnográfico donde se destacan las actuaciones diarias en el aula, y en especial la conducta de la profesora. La investigación se lleva a cabo en un aula con 25 alumnos de 6° grado de una escuela pública de Ciudad de México. La maestra de 25 años de experiencia profesional resalta como buena docente ya que sus alumnos obtienen muy buenos resultados en las evaluaciones oficiales. El propósito de los autores es identificar cómo la maestra, en condiciones espontáneas, promueve entre sus alumnos el desarrollo de competencias de regulación autónoma en sus procesos de aprendizaje de las matemáticas. Privilegian la observación no participante como metodología de toma de datos y proponen un instrumento de análisis.

En el último trabajo, Ribeiro, Carrillo y Monteiro (2009) pretenden obtener una mayor comprensión del papel que juegan los objetivos del profesor en su práctica docente. Para ello analizan dos secuencias de clases de matemáticas de una maestra en dos momentos distintos, estando uno de ellos asociado a un trabajo colaborativo.

3.2 Investigaciones didácticas sobre las matemáticas de Educación Infantil y Primaria dentro de la Teoría de Situaciones Didácticas

Según Sierra y Gascón (2011) una de las aportaciones más relevantes de los últimos años a la investigación en Didáctica de las Matemáticas en los niveles de Educación Infantil y Primaria es la realizada por las investigaciones desarrolladas en el ámbito de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

La TSD surge en torno al año 1970 con el proyecto de construir un modelo de las situaciones que permita tanto ser utilizado para enseñar como para cuestionar las nociones matemáticas escolares intentando construir otras más adecuadas, como hemos comentado en el capítulo 2 de la presente tesis.

Por ello, dado un conocimiento matemático determinado, se busca qué tipo de situaciones son capaces de propiciar que aparezca, se utilice y se construya y, en consecuencia, se aprenda. Además, se conjetura que el conjunto de situaciones que caracterizan una noción matemática está estructurado y se puede generar, a partir de un pequeño número de situaciones llamadas fundamentales, a través del uso y manejo de las variables didácticas. Veamos un ejemplo:

“La noción de conteo se caracteriza por las tres situaciones fundamentales siguientes:

- Situaciones fundamentales de la cardinación:

Aspecto cardinal (1)

Un emisor E dispone de una colección de objetos y debe fabricar un mensaje para que un receptor R pueda realizar una colección que tenga tantos objetos como la de E

Aspecto cardinal (2)

Un emisor E dispone de una colección de objetos y debe fabricar un mensaje para que un receptor R que dispone también de otra colección, pueda prever cuál de las dos es más numerosa

Aspecto ordinal

Un emisor E dispone de una colección de objetos organizados en una fila y debe fabricar un mensaje para que un receptor R pueda reconocer la posición de un objeto señalado por el emisor en la fila

En este caso las variables didácticas que van a permitir generar la noción de conteo en el sujeto serán: el tamaño de la colección, la disposición de los elementos, el tipo de comunicación, el tamaño de los números utilizables por el alumno, el número de viajes que se permite realizar para ir de una colección a la otra, la accesibilidad simultánea a las dos colecciones (esta variable sólo puede tomar dos valores), el hecho de que los objetos de las colecciones tengan o no movilidad (dos valores), la proximidad o lejanía del objeto señalado de los extremos de la fila.” (Sierra y Gascón, 2011, p. 145).

Por tanto, en este marco teórico serán los comportamientos de los alumnos los que revelarán cómo funciona el medio que se considera como un sistema. Así tenemos que la caja negra dentro de la TSD es el medio (Brousseau, 2000). Por ello, lo que es problemático, donde está el misterio y, por lo tanto, lo que se patroniza, es el medio considerado como un medio autónomo y antagonista del sujeto.

3.2.1 Tres investigaciones relevantes dentro de la TSD

La TSD ha realizado relevantes aportaciones a la investigación en Didáctica de las Matemáticas tanto en la enseñanza de diferentes nociones matemáticas, como los números naturales, los racionales, los decimales, el espacio y la geometría, la iniciación al álgebra, la estadística y la probabilidad, el estudio del razonamiento y de la lógica, y la medida de magnitudes.

A continuación presentaremos de una forma un poco más explícita tres investigaciones que consideramos esenciales y que han sido desarrolladas en los niveles de Educación Infantil y Primaria, debido a la temática que tratan.

Dicha problemática gira en torno al siguiente fenómeno:

“En ciertas situaciones, el alumno tiene necesidad de conocimientos que no le son enseñados, pero que él debe poner en práctica para aprender algo o para utilizar lo que ha

aprendido. Por tanto, existen conocimientos necesarios para realizar ciertas prácticas sociales o de enseñanza relativos a un cierto saber, que no pueden ser objeto de enseñanza porque no aparecen como una forma cultural conocida. Generalmente dichos conocimientos son dejados bajo responsabilidad del alumno, y el profesor no puede hacer nada para cambiar este reparto de responsabilidades”. (Briand, 1993, p. 5)

Las investigaciones realizadas en torno a esta problemática demuestran que existe otro modo de estudiar el reparto de responsabilidades entre el profesor y el alumno. Dichos conocimientos son la enumeración de colecciones, los conocimientos espaciales y el razonamiento natural.

3.2.1.1. La enumeración de colecciones

En Briand (1993), se decide reflexionar sobre las actividades de conteo y de cardinación. En donde verifican que para poder tener un dominio efectivo del conteo y de la cardinación de los elementos de una colección finita se necesita que los alumnos sepan *enumerar*, es decir, sean capaces de pasar por cada uno de los elementos de dicha colección una y solo una vez.

La primera parte del trabajo de Briand se dedica a mostrar, por un lado, que para empezar a trabajar con el conteo y la cardinación, primero es necesario saber enumerar, mientras que por otro lado, que dicho dominio es necesario para la construcción y comprensión de las operaciones aritméticas. En la segunda parte, se estudian que consecuencias se producen en la comunidad educativa el hecho que la enseñanza tenga necesidad de conocimientos que son imprescindibles para la consecución de los objetivos, pero que lamentablemente no forman parte del currículum.

Esto nos conduce a la imposibilidad de realizar la transposición didáctica de la enumeración que a su vez obliga a que sea el propio alumno quien debe adquirir dicho

conocimiento bajo su exclusiva responsabilidad. Esto produce dificultades tanto a los alumnos como a los profesores.

Con el fin de hacer posible dicha transposición didáctica el autor desarrolla una ingeniería didáctica de la enumeración de conjuntos y muestra cómo puede ser aprendida y utilizada por los estudiantes para Maestro.

3.2.1.2. Los conocimientos espaciales

Berthelot y Salin (1992) estudian el papel de los conocimientos espaciales en la transposición didáctica de la geometría. Dichos autores (Salin, 2004) remarcen las diferencias entre los conocimientos espaciales y los conocimientos geométricos y señalan las relaciones que hay entre estos dos tipos de conocimientos

Tal y como comentan otros autores, el aprendizaje de los conocimientos espaciales apenas aparece en los currículos educativos de Educación Primaria e Infantil siendo reemplazado por la geometría de figuras. Esta ausencia deja a los niños y a los adultos sin recursos en muchas situaciones dentro y fuera de las aulas, donde tenemos que recurrir a la visualización espacial. Por otra parte, la enseñanza de la geometría en la secundaria es para muchos estudiantes un obstáculo para el aprendizaje de las matemáticas.

Según Sierra y Gascón (2011), los autores proponen distinguir tres tipos principales de relaciones con el espacio, llamadas problemáticas: la problemática práctica, la problemática de la modelización espacio-geométrica y la problemática geométrica propiamente dicho. Muestran mediante numerosos ejemplos, que la falta de consideración o de articulación de estas problemáticas en la enseñanza, las constituye en obstáculos para el aprendizaje.

Para la construcción de situaciones de enseñanza que permitan la superación de la problemática práctica, los autores incorporan y amplían el análisis de las representaciones del

espacio introducidas por G. Gálvez y G. Brousseau, micro, meso y macro-espacios (Gálvez, 1985).

3.2.1.3. El razonamiento natural

En la tesis doctoral de Pilar Orús (1992) se analiza una problemática semejante a las dos anteriores que, en este caso, gira en torno al razonamiento natural. Saber razonar es una de las competencias que espera el profesor del alumno. El profesor no dispone ni de los medios, ni del tiempo necesario para ayudar a sus alumnos que tienen dificultades relacionadas con este conocimiento y la falta de estos recae sobre el alumnado, llegando a les a considerar que tuvieran cierta discapacidad intelectual.

La enseñanza del saber sabio correspondiente, o sea, de la lógica, se ha llevado a cabo, en los años 70, en la escolaridad obligatoria; pero ello no produjo los efectos esperados. En este trabajo la autora hace una propuesta que permita llevar a cabo dicha enseñanza.

La problemática es la siguiente:

“el profesor habitualmente solicita de sus alumnos de forma entre velada, que razonen en sus aprendizajes, que utilice el razonamiento natural cuando enseña y controla cuándo y cómo se utiliza dicho razonamiento en su clase, pero no puede aceptarlo como resultado de un conocimiento matemático. Por otro lado, el alumno lo utiliza en sus actividades escolares, tanto para producir sus respuestas personales como para comunicar y explicar sus conocimientos, pero no puede distinguir cuando es utilizado por él mismo o por el profesor” (Citado en Sierra y Gascón, 2011).

Así, aunque el razonamiento natural es necesario, este por sí solo no es suficiente para producir razonamientos matemáticos y, por otro, el profesor no puede enseñar directamente el razonamiento natural, ya que no forma parte del saber a enseñar, pues no aparece en el

currículum de forma explícita como otros tantos conocimientos, no aparece reflejado en el currículo.

Ante esta problemática, la autora propone la utilización de la ingeniería didáctica, la cual permita a los maestros de Educación Primaria poder llevar a cabo la transposición didáctica del razonamiento y evitar que dicho conocimiento, tan necesario, quede bajo la responsabilidad exclusiva del alumno, el cual no posee ni los conocimientos, ni la madurez necesaria para ello, al tiempo que es tomado en cuenta por el profesor. Propone un conjunto de situaciones didácticas y a-didácticas que permiten construir un campo común para la lógica, que se emplea en matemáticas, y el razonamiento natural.

3.2.2. Otras aportaciones de la Teoría de Situaciones Didácticas

En Briand, Loubet y Salin (2004) se presentan un conjunto de documentos que describen muchos de los trabajos realizados en el Centro para la Observación e Investigación en la Enseñanza de las Matemáticas (COREM) de la Escuela Jules Michelet de Talence sobre investigación en Didáctica de las Matemáticas, durante 20 años, en el nivel de Educación Infantil, bajo la dirección de Guy Brousseau. Son 23 situaciones de aprendizaje por adaptación al medio (situaciones a-didácticas) en torno a las matemáticas de la etapa de Educación Infantil.

En el trabajo de El Bouazzaoui (1982) se analiza la enseñanza matemática escolar que conlleva el aprendizaje del número y la numeración en la Educación Infantil y en los primeros cursos de Educación Primaria y se hace una propuesta de situaciones a-didácticas para su enseñanza.

Podemos analizar a su vez, algunos trabajos de investigación relacionados con las magnitudes y su medida, como los que figuran en Brousseau (2000, 2001) y Chamorro (1997).

Del mismo modo, se han llevado a cabo varias investigaciones sobre la enseñanza de la estadística y la probabilidad en la educación Primaria.

3.3. La Realidad aumentada y sus aplicaciones en educación

La Realidad Aumentada (RA) ya está aquí y tal como parece ha llegado para quedarse tal y como se refleja de los múltiples proyectos que se han llevado y se están llevando a cabo con esta nueva herramienta.

El primer tipo de proyectos de RA son los *libros didácticos* de Realidad Aumentada; dentro de este tipo de proyectos cabe mencionar los libros de Aumentaty Author, disponibles en su página Web <http://www.ar-books.com>, donde podemos encontrar una gran variedad de trabajos disponibles, para todas las etapas educativas.

En la misma línea de proyectos educativos la empresa Aumentaty Author proporciona el software realitat3, que contiene multitud de objetos de Realidad Aumentada de utilidad para la docencia. Citando a Vian (2011):

“Para LabHuman, el sistema de RA ofrece a los alumnos por una parte, mejor entendimiento y visión de las asignaturas educativas más complejas y por otra parte, les dota de mayor motivación para el estudio. En cuanto al profesorado, el sistema se adapta a las necesidades pedagógicas que tengan” (p.103).

Un dato reseñable es que este software ya ha sido probado con éxito en diversos centros educativos (colegio San Cristóbal de Castellón) en donde profesores y alumnado han quedado satisfechos con el (Vian, 2011).

Otro investigación que continua la misma línea que Diego (2014), llevar a cabo una experiencia con alumnos de tercer ciclo de educación primaria para generar un libro de RA (el autor lo denomina guía visual) utilizando Layar creator como software de RA además de software auxiliar para edición de imágenes, textos, grabación de sonidos, etc.

Sánchez (2011) no obstante, opta por realizar una experiencia en el instituto SEK de Ciudad del campo donde utiliza un entorno digitales con BuildAR y el generador de modelos 3D, 3DSMax para lograr que los alumnos dentro de la asignatura de Dibujo técnico, creen sus propios modelos de RA. Esta profesora además utiliza Dropbox para promocionar el trabajo colaborativo. Los proyectos relacionados con el dibujo técnico son muy adecuados para la RA ya que suponen un manejo de las capacidades espaciales en el que la RA ha demostrado una gran herramienta educativa para lograr una mejora en ellas.

Espinosa (2015) señala la importancia de los videojuegos como uno de los campos más productivo de la Realidad Aumentada. En este sentido es de obligación nombrar los proyectos que mezclan juegos y educación. Como ejemplos de estas aplicaciones Reinoso (2012) menciona tres: *Environmental detectives* del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT), proyecto enreda Madrid (Telefónica) y Libregeosocial (Universidad Rey Juan Carlos).

El proyecto EspiRA, tal y como menciona Reinoso (2012) “es un proyecto de Geolocalización y Realidad Aumentada [...] que pretende proporcionar una plataforma que sea utilizada de manera sencilla e intuitiva en el mundo educativo, permitiendo que profesores y alumnos puedan acceder fácilmente a esta tecnología” (p. 390).

No debemos olvidarnos dentro de este tipo de proyectos los que menciona Silva (2013) sobre códigos QR asociados a las calles de la localidad de Rubí (Barcelona) y utilizando POI y geoposicionamiento para asociar información virtual (en un blog) a los puntos del municipio donde se produjo una riada en los años 50. Tal como recoge Silva (2013) el proyecto de códigos QR fue galardonado con el Primer Premio Internacional Educared 2011 al uso de la tecnología celular en el ámbito educativo.

Otro software útil para aplicar en proyectos educativos es Eduloc (ver <http://www.eduloc.net/>). Este tipo de aplicaciones caerían dentro del rango de geolocalización. Reinoso (2012) identifica seis aplicaciones significativas de RA en educación y para cada una de ellas nos proporciona un ejemplo:

- a) “Aprendizaje basado en el descubrimiento. Reinoso nos propone la aplicación Historypin que es otra aplicación basada en geolocalización para mostrar imágenes históricas de los lugares (*POI, Points Of Interest*) donde los usuarios de la aplicación han querido mostrar una imagen.
- b) Desarrollo de habilidades profesionales. «La formación profesional es una de las grandes áreas de aplicación de la R.A., permitiendo mejorar la comprensión en actividades de formación práctica y recrear situaciones reales de trabajo» (p. 375). Reinoso nos presenta el proyecto Visir de la universidad de Deusto. Un cuaderno de prácticas de laboratorio aumentado con la información de los instrumentos necesarios para la realización de la práctica.
- c) Juegos educativos con RA.
- d) Modelado de objetos 3D. Reinoso (2012) lo define como: “mediante herramientas de modelado de objetos y aplicaciones de R. A., el alumno puede crear y visualizar modelos 3D y manipularlos: acercarlos, alejarlos girarlos, colocarlos en lugares

determinado o explorar sus propiedades físicas” (p. 380). Aquí cabe mencionar software como AR-media plugin for sketchup, BuildAR Free Version o aplicaciones como A-RA de Víctor Valbuena que comentaremos posteriormente.

e) Libros con RA. Ya mencionados también anteriormente.

f) Materiales didácticos. Entre los que nos propone Reinoso están la colección de modelos (ver

<http://www.catedu.es/webcatedu/index.php/descargas/realidadaumentada>) de RA del Centro Aragonés para las Tecnologías de la Educación (CATEDU) el proyecto realitat3 de LabHuman ya mencionado también anteriormente. (Citado en Espinosa, 2015).

Según Reinoso (2012):

“la oferta de este tipo de recursos es aún escasa, sería deseable el desarrollo de plataformas y aplicaciones educativas que permitan al profesorado crear y compartir materiales propios con R.A. de una forma sencilla” (p. 389).

Arbúes (2013) nos presenta proyectos reales llevados a cabo con herramientas de realidad aumentada en el IES Vilaratza (Vilassar de Mar, Barcelona) por los propios alumnos del instituto. Entre ellos cabe destacar el de Víctor Valbuena A-RA, disponible en www.sacosta.org, y audioguías creadas con la herramienta woices (otra aplicación de geolocalización para archivos de audio).

Arbúes (2013) también nos comenta el uso de códigos *QR*, incluso códigos *QR* con voz. Dentro de esta categoría de aplicaciones (uso de códigos *QR*) podemos mencionar experiencias como las de la profesora Eva María Perdiguero en el uso de códigos *QR* en clase de matemáticas (ver <http://evamate.blogspot.com.es/2013/06/codigosqr-y-realidad->

aumentada-en-1-de.html) así como los usos que describe Gamboa (2012) en el IES La Rosaleda de Málaga o los descritos en el blog <http://qredu.net/blog/>.

Un ejemplo muy curioso y a la vez muy trabajado es el de aplicación de RA usando códigos QR es el que presenta Pérez-Fuentes, Álvarez-Bermejo, Molero, Gázquez y López (2011), en esta aplicación, llamada VERA (Violencia Escolar y Rendimiento Académico) se utiliza la RA para comprobar el patrón de interacción entre los alumnos para estudiar y corregir comportamientos de violencia escolar en las aulas.

Como ejemplo final dentro de la gran variedad de proyectos existentes se mencionará a Izquierdo (2013) que presenta una aplicación QR para el aprendizaje de rutinas de calentamiento en español y alemán en el marco de un programa de intercambio de alumnos de primero a tercero de la ESO.

De Pedro y Martínez (2012) presentan ejemplos del uso de RA en educación primaria para el área de las matemáticas y en la educación superior en los ámbitos de:

- a) Arquitectura. En la Escuela de Arquitectura y Urbanismo de la Universidad de Chile
- b) Dibujo técnico. Mediante el uso de Google SketchUp y el plugin AR-media.
- c) Laboratorios de ingeniería. En la Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao (España) donde según De Pedro y Martínez (2012): “los estudiantes pueden examinar el funcionamiento de dispositivos eléctricos o mecánicos reales, como máquinas eléctricas, circuitos electrónicos, modelos a escala, actuadores neumáticos, motores, etc.” (p. 104).
- d) Matemáticas. La Universidad EAFIT (Colombia) tiene un proyecto de RA para la comprensión del cálculo de varias variables.

Como última categoría de ejemplos de aplicaciones de RA mencionamos las utilizadas en museos. Como muestra, se menciona a Perales y Adam (2013) que describen dos de ellas: una basada en códigos QR y otra aplicable a imágenes de gran definición donde se ofrecen anotaciones sonoras en determinados puntos de la imagen, para ofrecer explicaciones detalladas sobre una obra de arte u otras observaciones.

CAPÍTULO 4. METODOLOGÍA

4.1. Introducción.

La metodología que se practica en esta investigación refleja cómo se entiende tiene la práctica docente. El quehacer del profesor, y más concretamente del profesor del área Matemáticas, es un compromiso con la mejora de la educación. Pero para llegar a ello antes debemos en primer lugar, reflexionar, después, investigar y analizar, y finalmente, proponer y actuar de manera permanente, estando estas actividades fuertemente interrelacionadas.

Como se ha comentado en el primer capítulo, el origen de esta Tesis es la detección del reiterado bajo rendimiento de los alumnos de Educación Primaria en Geometría en las pruebas externas de la Comunidad de Madrid. La identificación del problema y la reflexión sobre el mismo fue el detonante para esta tesis. En este caso, el planteamiento ha sido una mejora en la formación del profesorado en Geometría, para que a su vez repercuta en una mejora del rendimiento de sus futuros discentes; todo ello aplicando:

1. La Teoría de Situaciones Didácticas.
2. Una nueva secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada.
3. La utilización de Sketchup y Aumentaty Author como herramientas de aprendizaje y de construcción de la Geometría, que son incluidas dentro de dicha secuencia.

Después se realizó una indagación del desarrollo actual, para comprobar primero si había literatura escrita al respecto y segundo hasta donde había llegado. Tras ello y como se hemos comentado, se diseñó el desarrollo metodológico, elaborando la secuencia didáctica “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” y un cuestionario de medición del rendimiento de los sujetos con los que se ha desarrollado la investigación.

4.2. Justificación.

Como se ha comentado en el Capítulo 1, el origen de este trabajo es el análisis de los resultados de los alumnos de primaria en las pruebas externas de la Comunidad de Madrid. Los peores resultados eran los de Geometría, para nuestra sorpresa, pues a priori, es la parte de las Matemáticas más intuitiva y visual. Ahí precisamente radicaba el problema. Como se ha visto en el Capítulo 2, la TSD no es excesivamente compleja, pero el desarrollo de una secuencia didáctica según este modelo, que encaje en lo que queremos trabajar, no es tan fácil como parece.

Se planteó la aplicación de este modelo a la enseñanza de la Geometría utilizando diversos software, no diseñados específicamente para la enseñanza de las Matemáticas, pero que si se pueden adaptar y utilizar de manera que los alumnos pudieran ellos mismos construir la Geometría y experimentar. La elección de los programas, Sketchup y Aumentaty Author, estuvo determinada por su gratuidad y por lo complementarios que resultan usarlos, ya que todo lo creado en Sketchup puede ser exportado a Aumentaty Author.

Se elaboró un cuestionario de medición del rendimiento en Geometría, teniendo en cuenta el currículum y los estándares o conocimientos esenciales de 1º de ESO en la Comunidad de Madrid y las aportaciones de la Teoría de las situaciones Didácticas y la Ingeniería didáctica reflejadas en el capítulo del Marco Teórico. También se diseñaron una secuencia propia basada en la TSD. Tanto la secuencia didáctica como el cuestionario fueron validados por expertos en Geometría y Didáctica de las Matemáticas y posteriormente aplicada en un grupo de alumnos. El trabajar no solo con estos software sino con distintas herramientas, para amortiguar el efecto de los distractores de orientación en la formación del concepto geométrico, y para fomentar el trabajo de los alumnos con contraejemplos reduciendo también los efectos de los prototipos. Como afirma Duval (1998), el proceso de construcción favorece al proceso de visualización. Se eligió una muestra de 90 alumnos de 4º

curso de magisterio de Educación Primaria, que respondieron al cuestionario antes y después de estudiar la Geometría y midiéndose así su rendimiento en esos dos momentos. Además, se realizó una investigación basada en un diseño metodológico cuasi-experimental. No obstante, antes del pre-test y como parte de su formación normal de grado y dentro de la asignatura de TIC, se formó a ambos grupos en el manejo de Sketchup y Realidad Aumentada de forma genérica y sin ejemplos en su uso matemático.

Posteriormente, se hicieron dos grupos semejantes de los alumnos de dicha asignatura. Uno sería el grupo control y otro el grupo experimental. Este último, utilizó la secuencia didáctica “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”. El grupo de contraste siguió la metodología tradicional, consistente en seguir la secuenciación del libro y utilizar la pizarra, la tiza, representaciones en papel, en las explicaciones. Se aplicó el cuestionario antes y después del estudio de la asignatura y, en este caso, resultaron diferencias significativas en el aprendizaje favorables al grupo experimental. El diseño y la prueba de una secuencia didáctica de la Geometría en los estudiantes de 4º curso de magisterio de Educación Primaria, supone un programa de mejora de la didáctica de este bloque en Primaria. Sin olvidar el hecho que es una propuesta fundamentada metodológicamente pues incluye el soporte teórico, el práctico y la evaluación.

4.3. Objetivos de la investigación.

Esta exposición de objetivos muestra el grado de innovación previsto y las aportaciones que se pretenden realizar con la investigación.

1. Comprobar la eficacia de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado

de Educación primaria en la capacidad para interpretar, analizar y comunicar elementos geométricos.

2. Evaluar si la eficacia de la aplicación de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” mejora la visualización espacial de los alumnos, frente a una metodología tradicional.
3. Verificar si los alumnos que han seguido la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” han mejorado su capacidad de razonamiento ante situaciones problemáticas, frente a los alumnos del grupo Control.
4. Corroborar la eficacia de la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado de Educación primaria en la capacidad para la utilización de varias habilidades de forma conjunta, ante la resolución de problemas.
5. Comprobar si la secuencia didáctica denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” en la mejora del rendimiento de los alumnos del 4º Grado de Educación una vez transcurridos varios meses de su puesta en práctica.

4.4. Diseño de la investigación.

En la investigación se han diseñado dos instrumentos, un cuestionario de medición del rendimiento en Geometría y una secuencia didáctica basada en la Teoría de Situaciones Didácticas. Ambos instrumentos han sido aplicados y se han analizado sus resultados permitiendo obtener conclusiones. Este proceso es el que se expone detalladamente en los siguientes sub-epígrafes.

4.4.1. Fases del estudio y enfoque metodológico.

La investigación se ha desarrollado en varias fases:

A. Primera fase (teórica)

Se realizaron consultas bibliográficas de fuentes para el desarrollo del estado del tema. Además se llevó a cabo un análisis del software existente en Geometría.

B. Segunda fase (metodológica)

Esta etapa se ha desarrollado en varios apartados. Diseño de un cuestionario de medición del rendimiento de los alumnos en Geometría que se les aplicó antes de la secuencia didáctica. También se les formó en el software Sketchup y Aumentaty Author,

C. Tercera fase (metodológica)

Desarrollo y validación de la secuencia didáctica según la TSD. Aplicación del cuestionario después de la instrucción.

D. Cuarta fase (metodológica)

Análisis psicométrico de los resultados tanto del grupo experimental como del grupo de contraste mediante SPSS y Excel.

4.4.2. Variables.

Variables escolares del alumno: Pertenencia al grupo experimental o de contraste según el modelo de instrucción (con el mismo profesor). Se trata de contrastar si el modelo es más eficaz en un curso o en otro, o no hay diferencia significativa. La variable contrastada, en ambos casos, fue el aprendizaje.

4.4.3. Diseño metodológico.

La investigación consta de una primera parte teórica que consiste en el estudio y análisis del Marco Teórico y del Estado del Arte, que comprende los dos primeros capítulos de esta Tesis, y una segunda parte metodológica, constituida por los siguientes capítulos. En la parte metodológica, se elaboró un cuestionario con 75 ítems para medir el rendimiento. La investigación consistió en analizar los resultados de los alumnos a los que se les suministró el cuestionario antes y después de estudiar la Geometría. La investigación está basada en un diseño metodológico cuasi-experimental. Se hicieron dos grupos semejantes. Uno sería el grupo control y otro el grupo experimental. Este último, utilizó la secuencia didáctica “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”. El grupo de contraste siguió la metodología tradicional, consistente en seguir la secuenciación del libro y utilizar la pizarra, la tiza, representaciones en papel, en las explicaciones. Se aplicó el cuestionario antes y después del estudio de la asignatura y, en este caso, resultaron diferencias significativas en el aprendizaje favorables al grupo experimental. El diseño y la prueba de una secuencia didáctica de la Geometría en los estudiantes de 4º curso de magisterio de Educación Primaria, supone un programa de mejora de la didáctica de este bloque en Primaria. Sin olvidar el hecho que es una propuesta fundamentada metodológicamente pues incluye el soporte teórico, el práctico y la evaluación.

4.4.4. Muestra.

Durante el curso 2015/16 se elaboró la versión del cuestionario que fue aplicada a una muestra de 90 alumnos de 4º curso de magisterio de Educación Primaria. Se eligió este curso primero, por la practicidad a la hora de poder desarrollar cualquier experimentación con

ellos, y segundo por su cercanía con la realidad educativa, ya que son alumnos del último curso.

4.4.5. Instrumentos.

Los instrumentos que se diseñaron y utilizaron para llevar a cabo la investigación han sido:

- Cuestionario de medición del rendimiento de los alumnos en Geometría.
- Secuencia didáctica propia basada en la Teoría de las Situaciones didácticas y denominada “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”.

4.6. Implementación de la investigación.

4.6.1 Diseño.

En la experiencia realizada hemos distinguido cuatro fases (ordenadas en el tiempo), que son el núcleo del presente estudio:

i) Fase de formulación y diseño

El proyecto se enmarca en el diseño de unas actividades de aprendizaje basadas en la Teoría de Situaciones Didácticas y apoyándose en distintas herramientas, donde destacan las TIC. Para decantarnos por esta teoría, realizamos una búsqueda bibliográfica sobre las distintas teorías y marcos metodológicos para la enseñanza de las Matemáticas, así como de las herramientas TIC existentes que podrían encajar con la temática, optando por Sketchup y Aumentaty Author.

No obstante, una vez elegida la temática y herramientas para llevarla a cabo, concretamos el contenido y de los objetivos de la investigación (ver apartado de objetivos).

ii) Fase de despliegue

Durante esta etapa se elaboró el cuestionario de medición del rendimiento en Geometría, el cuál fue validado por expertos en Matemáticas y de Educación de la UAM. Al mismo tiempo y coincidiendo con la asignatura de las “TIC en Educación”, se llevó a cabo la formación básica en el uso de Sketchup y Realidad Aumentada mediante el software de Aumentaty Author. Esta formación, aparte de servir para mejorar los conocimientos de los futuros docentes participantes, nos resultó útil para vislumbrar a los dos grupos que formaron parte de la investigación.

Una vez finalizada la formación y la elaboración del cuestionario, este fue pasado a los dos grupos, al grupo control y al experimental y sus resultados son los que se conocen como previos a la secuencia didáctica.

Paralelamente a todo este despliegue, se empieza a pensar en las actividades de matemáticas que serán incluidas en dicha secuencia.

iii) Fase de desarrollo

Esta es la fase central de la experiencia y la que más volumen de trabajo ha generado. Durante esta etapa desarrollamos la “Secuencia didáctica con Realidad Aumentada”, la cual hasta su resultado final, conllevó una gran cantidad de horas de trabajo. Una vez finalizada y validada, se puso en práctica durante 3 sesiones de 2 horas cada una.

Con el grupo control se siguió una metodología tradicional en la cual se empleó el mismo tiempo, 3 sesiones de 2 horas cada una, ambas metodologías fueron impartidas por el mismo profesor y autor de la presente tesis. Una vez finalizada ambas, y tras un par de meses se les pasó el mismo cuestionario para medir su rendimiento a posteriori.

iv) Fase de evaluación

Es la fase de mayor trabajo personal. Procedemos a la evaluación e interpretación y análisis psicométrico de los datos recogidos en los cuestionarios

Con todo lo anterior elaboramos las gráficas mediante SPSS y Excel y formulamos las conclusiones pertinentes a la investigación.

4.7. Formación Previa.

Como se ha mencionado con anterioridad, a todos los participantes se les formó en diversas herramientas TIC, coincidiendo con su asignatura del grado. Entre las herramientas que se les mostró se encuentran:

4.7.1. Sketchup.

Para la formación con este software, nos basamos en un manual creado por el Ministerio de Educación argentino y que se puede consultar aquí

<http://www.tallertecno.com/sketchup/Tutorial-Sketchup-8.pdf>

Una vez instalado el programa, al ejecutarlo, se inicia con una interfaz de aspecto limpio, que se puede dividir en:

1. Barra de menú

2. Barra de herramientas: situada en la parte superior, contiene todas las herramientas y opciones necesarias para manejar Google SketchUp.

3. Modelo de referencias

4. Área de dibujo: es el espacio en donde se crea el modelo. El espacio 3D del área se identifica visualmente mediante los ejes de coordenadas, que son tres líneas de colores perpendiculares entre sí. Estos ejes son de ayuda para dar un sentido y ser punto de referencia mientras se está trabajando.

5. Barra de estado

6. Cuadro de control de valores

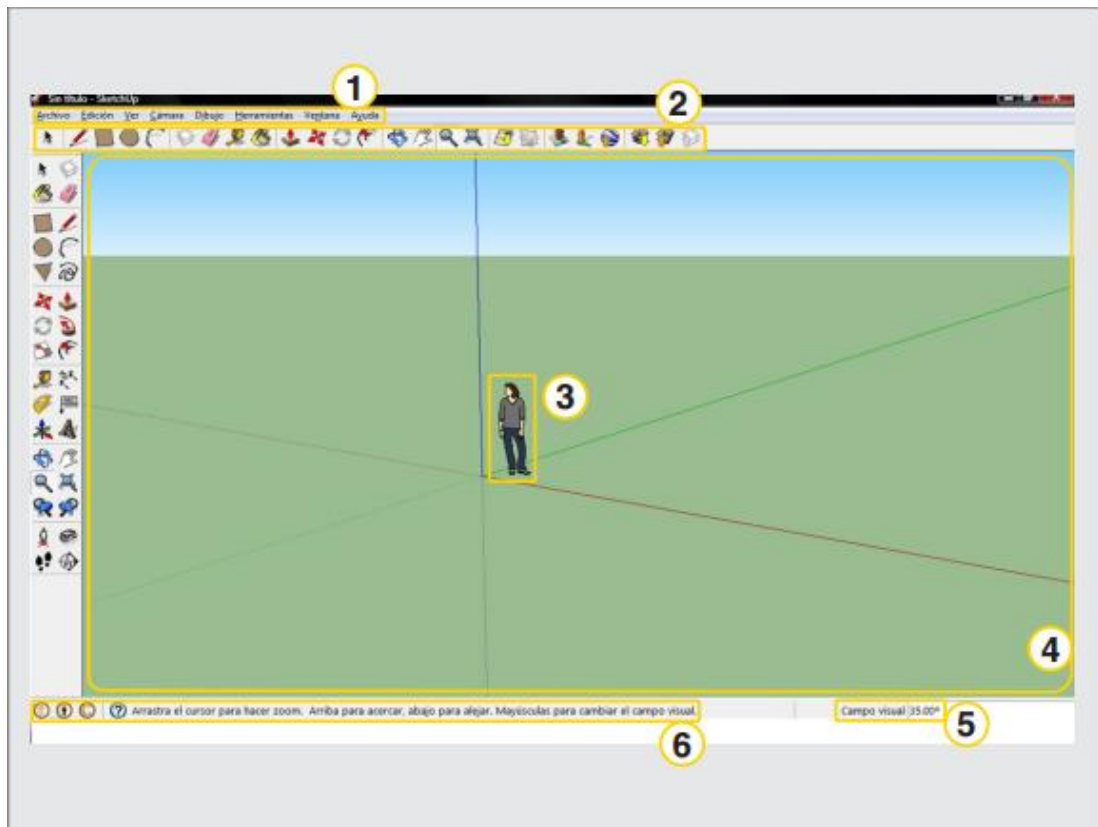


Ilustración 1. Interfaz de Sketchup. Elaborado por el Ministerio de Educación argentino.

El programa cuenta con numerosas barras de herramientas. Para verlas, en la **Barra de menú**, seleccionar **Ver - Barras de herramientas**.

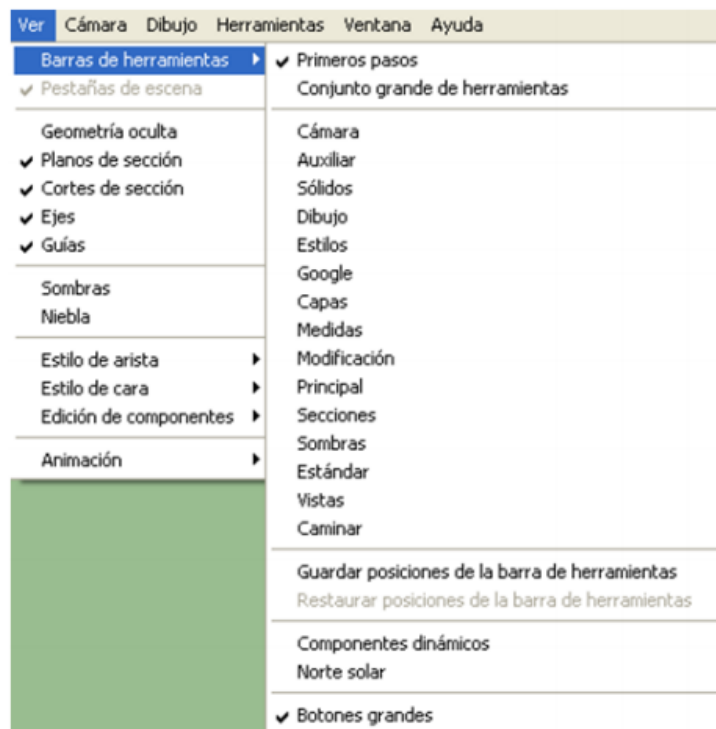


Ilustración 2. Barra de herramientas. Elaboración propia

Una de las principales barras de herramientas es la llamada **Conjunto grande de herramientas**. Para desplegar esta barra, en la **Barra de menú** seleccionar **Ver – Barra de herramientas – Conjunto grandes de herramientas**.

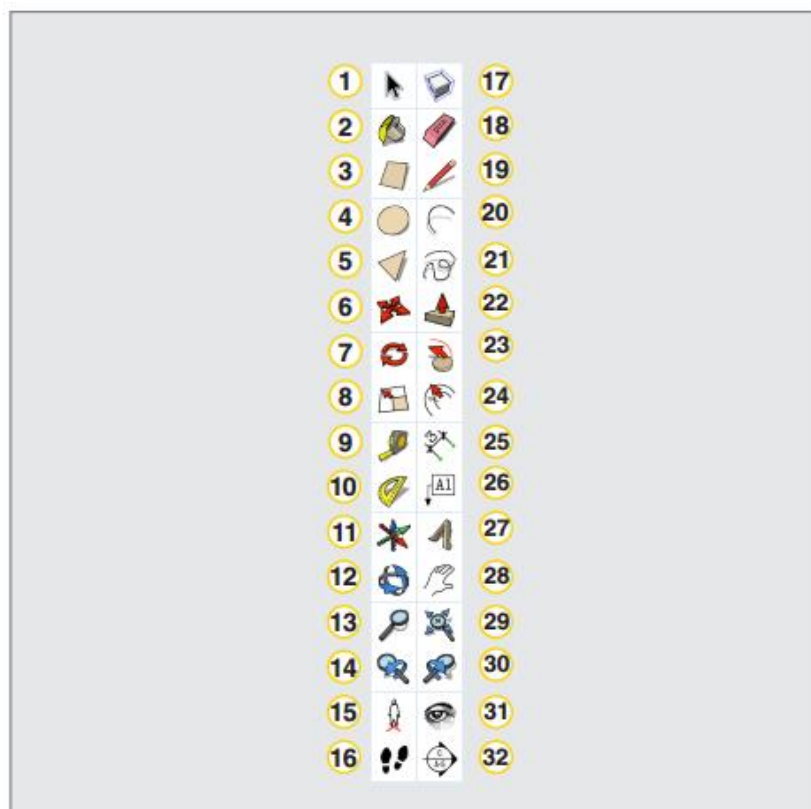


Ilustración 3. Conjunto grande de herramientas. Elaborado por Ministerio de Educación argentino.

1. Seleccionar 2. Pintar 3. Rectángulo 4. Círculo 5. Polígono 6. Mover 7. Rotar
8. Escala 9. Medir 10. Transportador 11. Ejes 12. Orbitar 13. Zoom 14. Anterior 15. Situar cámara 16. Caminar 17. Crear componente 18. Borrar 19. Línea 20. Arco 21. Mano alzada
22. Empujar/tirar 23. Sígueme 24. Equidistancia 25. Acotación 26. Texto 27. Texto 3D
28. Desplazar 29. Ver modelo centrado 30. Siguiente 31. Girar 32. Plano de sección.

Para construir figuras geométricas hay que utilizar la herramienta Medir.

1. En la Barra de menú seleccionar Herramientas – Medir o seleccionar el botón en la Barra de herramientas o en el Conjunto grande de herramientas
2. Apoyar el botón Medir sobre el eje verde y con el botón izquierdo de mouse y deslizarlo. Una alternativa es tipear el valor asignado a la longitud del objeto a construir. Para eso en la parte inferior derecha de la ventana escribir el número.

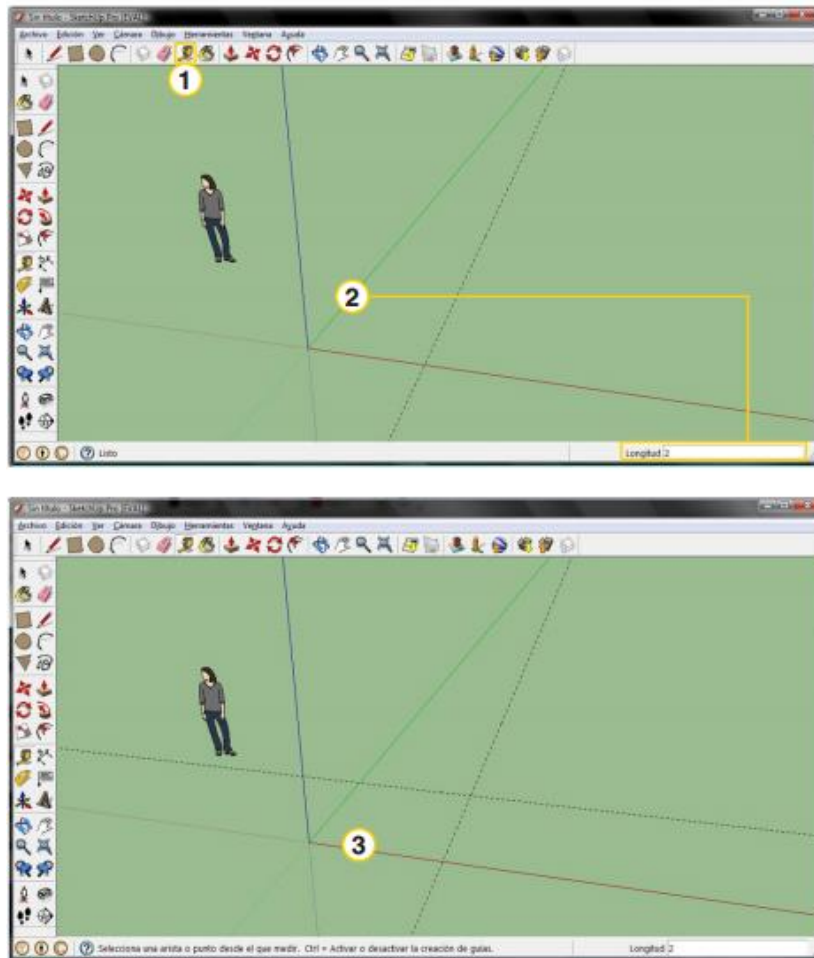


Ilustración 4. Conjunto grande de herramientas. Elaborado por Ministerio de Educación argentino.

3. Repetir la misma acción sobre el eje rojo. De esta manera, aseguramos que la figura a construir esté constituida por una base regular con lados iguales. En este caso, de 2x2

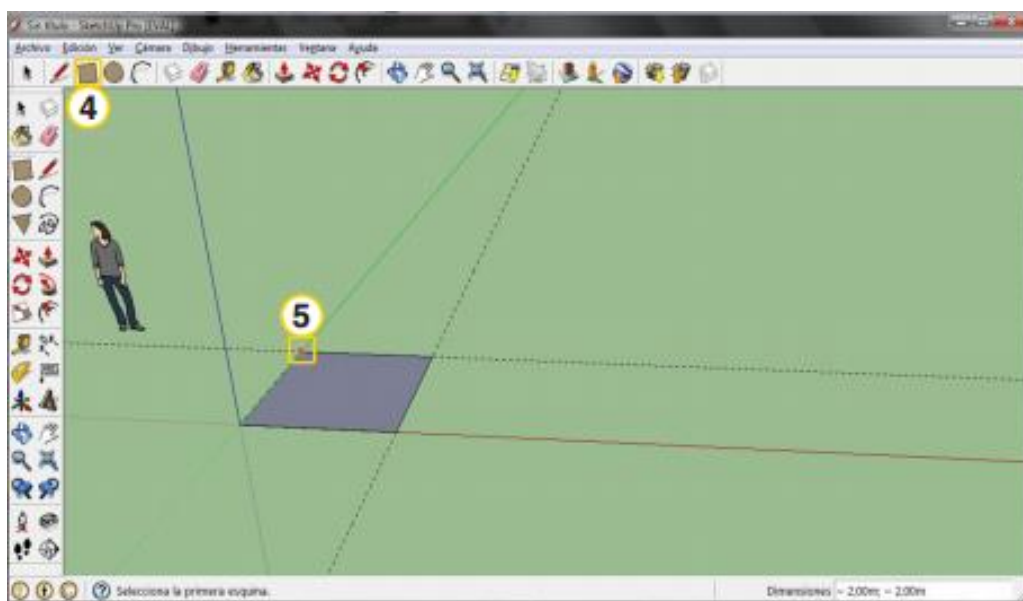


Ilustración 5. Opción medir II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

4. Definir el área. En la Barra de menú, seleccionar Dibujo – Rectángulo, o el botón Rectángulo en la Barra de herramientas o en el Conjunto grande de herramientas.
5. Con el botón izquierdo del mouse seleccionar el punto de origen. Arrastrar el mouse hasta el vértice opuesto del área que se quiere seleccionar o punto de intersección. La zona se coloreará.

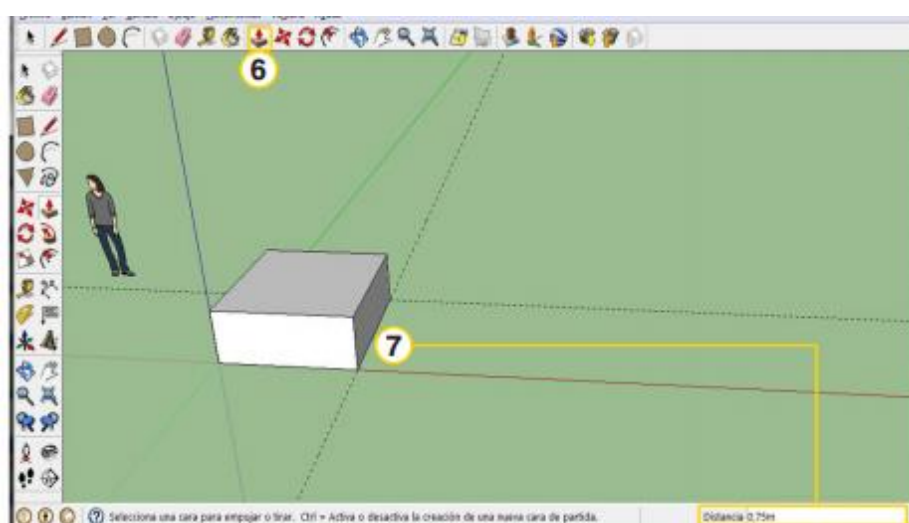


Ilustración 6. Opción medir III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

6. En la Barra de menú, seleccionar Herramientas – Empujar/tirar, o el botón empujar/tirar en la Barra de herramientas o en el conjunto grande de herramientas. La herramienta Empujar/tirar le da volumen al objeto.

7. Con el botón izquierdo del mouse seleccionar una cara del objeto y arrastrar hacia arriba o escribir el valor que corresponda (por ejemplo 2 mts.) en el cuadro de control de valores.

Google SketchUp tiene la opción de crear grupos. Los grupos son entidades que pueden contener a su vez otras entidades. Se utilizan habitualmente tanto para combinar varios objetos en uno solo como para realizar operaciones (por ejemplo: mover, estirar, borrar) más fácilmente. Para crear un grupo: En la Barra de menú seleccionar Edición – Crear grupo

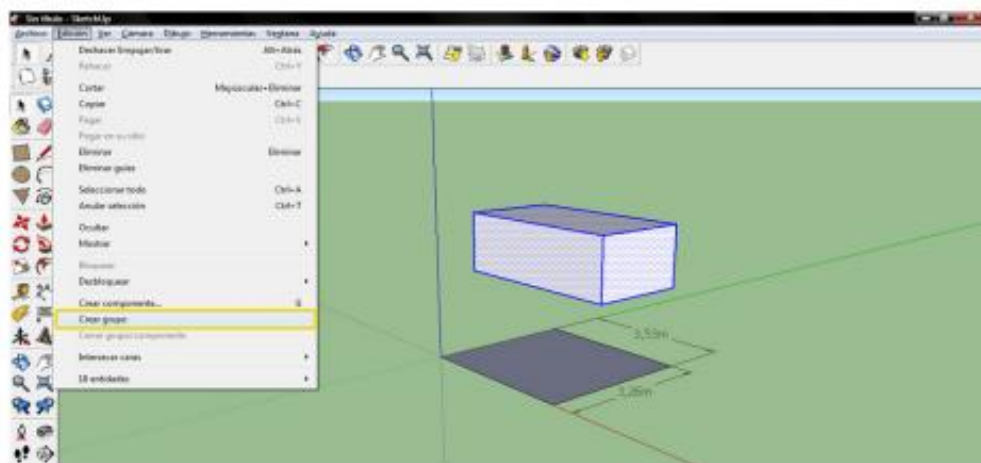


Ilustración 7. Crear grupo. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Un componente es un conjunto de elementos geométricos, definidos como unidad y puede ser manipulada como un todo. Para crear un componente:

1. En la **Barra de menú**, seleccionar **Edición – Crear componente**, o el botón Crear componente en la **Barra de herramientas** o en el Conjunto grande de herramientas.
2. Apretar tres veces el botón izquierdo del mouse para seleccionar el objeto.
3. Se abrirá la ventana **Crear componente**.
4. Completar los campos: Nombre y Descripción.
5. **Crear**.

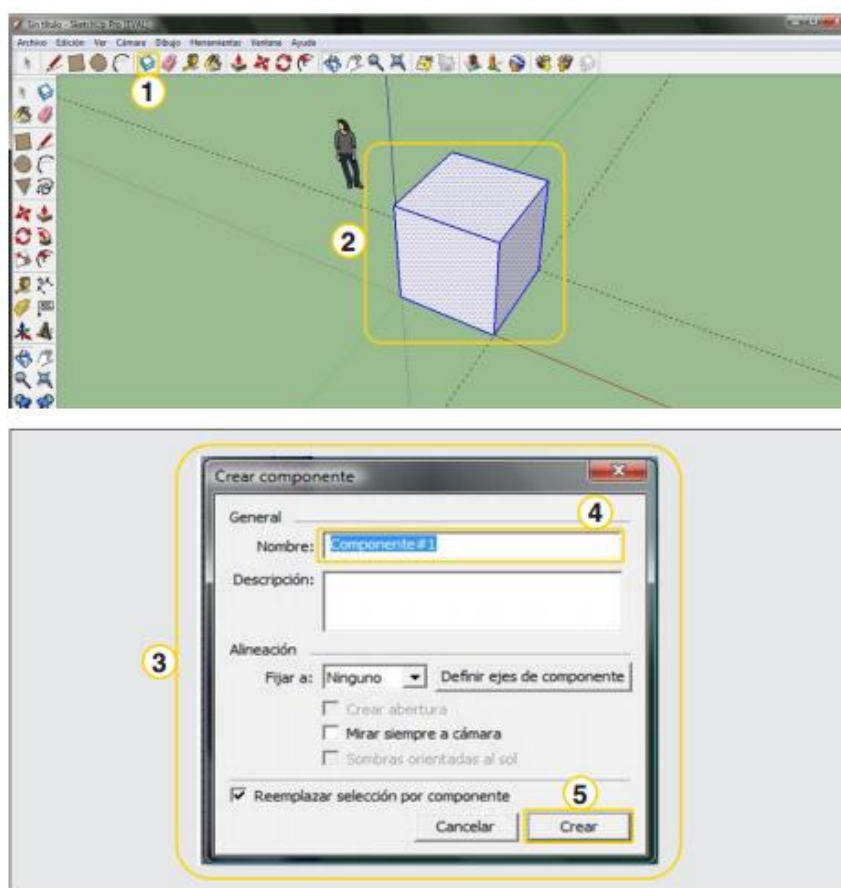


Ilustración 8. Crear componente I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Los objetos en Google SketchUp se pueden pintar con diferentes tipos de texturas tales como: piedras, madera, metal, para que se asemejen a los objetos reales. En caso de necesitar una textura particular se puede importar a nuestros objetos. Los formatos

de archivos de imagen que utiliza Google SketchUp son: jpg, png, psd, bmp. Para insertar una imagen en un objeto (por ejemplo: cubos, edificios, planos, etc.)

1. Seleccionar el objeto al que se le quiere agregar la textura

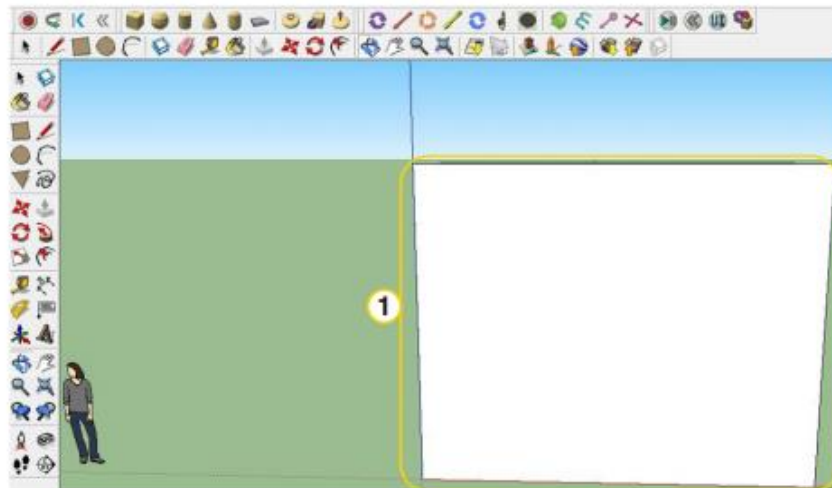


Ilustración 9. Agregar textura I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

2. En la **Barra de menú**, seleccionar **Archivo - Importar**

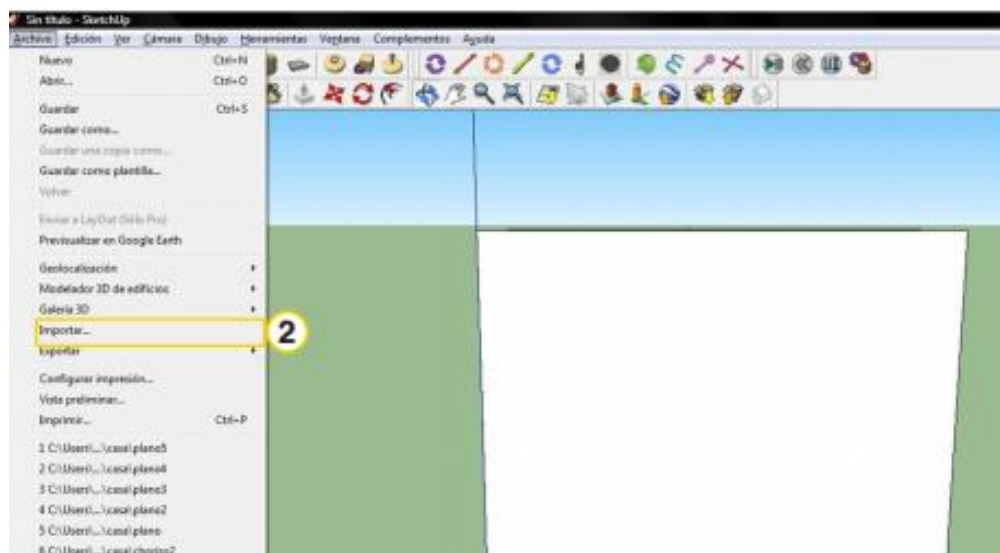


Ilustración 10. Agregar textura II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

3. Se abrirá la ventana **Abrir**. Seleccionar Usar como **textura**.
4. Seleccionar el archivo. **Abrir**.
5. Colocar la imagen en el vértice inferior izquierdo y con el botón izquierdo del mouse, extender.
6. Llevar hasta el vértice opuesto.

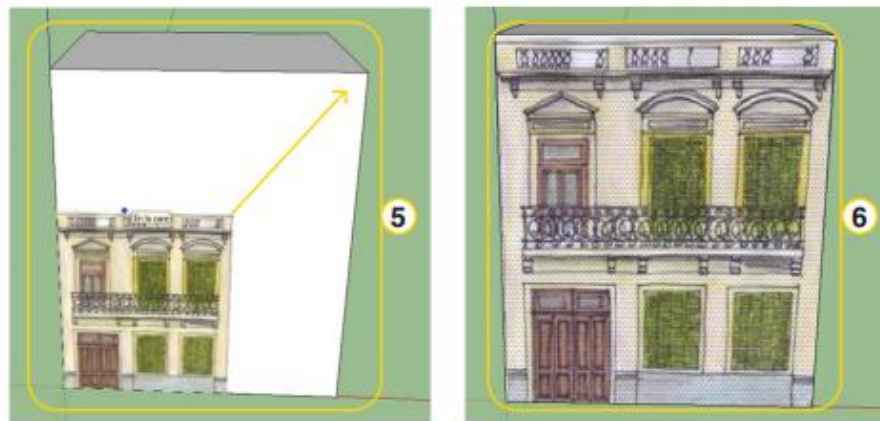


Ilustración 11. Agregar textura III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Los componentes de Google SketchUp son grupos geométricos (aristas y caras) que puede crear cualquier usuario. Son mini modelos dentro del modelo principal y pueden representar cualquier cosa (muebles, plantas, vehículos). Se puede buscar componentes prediseñados en el “Explorador de componentes” de SketchUp. Para acceder a la galería de componentes:

1. En la **Barra de menú**, seleccionar **Ventana – Componentes**.



Ilustración 12. Componentes prediseñados I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

2. Elegir el componente que se desea y con el botón izquierdo del mouse arrastrar el objeto hasta el área de dibujo. Todos los componentes que se incluyan pueden modificarse en tamaño, forma y posición.

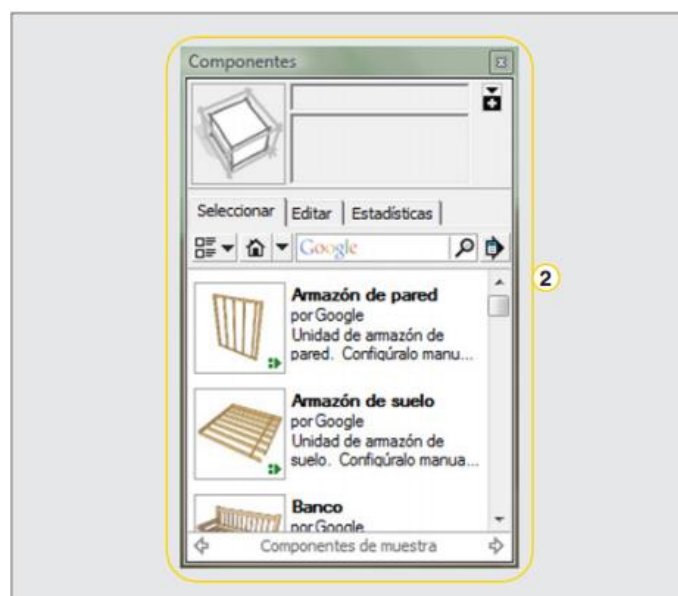


Ilustración 13. Componentes prediseñados II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Google SketchUp permite trabajar con una galería de objetos en 3D realizados por los usuarios. Para acceder a la galería:

1. En la Barra de menú, seleccionar **Archivo – Galería 3D – Obtener modelos**.

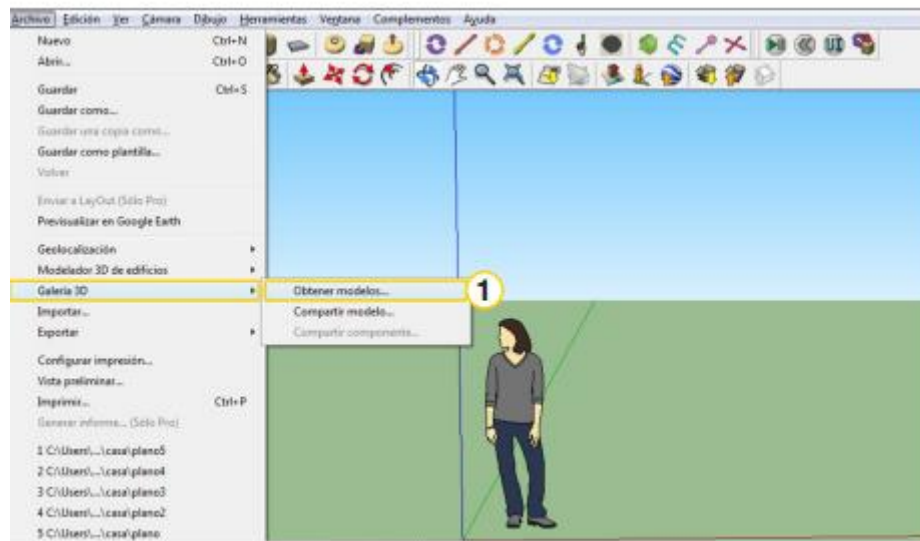


Ilustración 14. Obtener modelos 3D I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

2. Se abrirá la ventana Galería 3D. Seleccionar el modelo para importar en el proyecto de Google SketchUp.
 3. Navegar por las diferentes opciones. En **Buscar en la Galería 3D** se puede navegar por diferentes opciones:
 - Colecciones de edificios en 3D
 - Colecciones patrocinadas
 - Creadores de modelos patrocinados
 - Modelos populares
 - Modelos recientes
 - Ciudades en desarrollo
 4. Seleccionar un modelo. En caso de querer utilizarlo, seleccionar Descargar modelo.
 5. Si se quiere cargar directamente en el modelo de **Google SketchUp**, Aceptar.
- También se puede descargar, guardar en la computadora y utilizar en otro modelo.

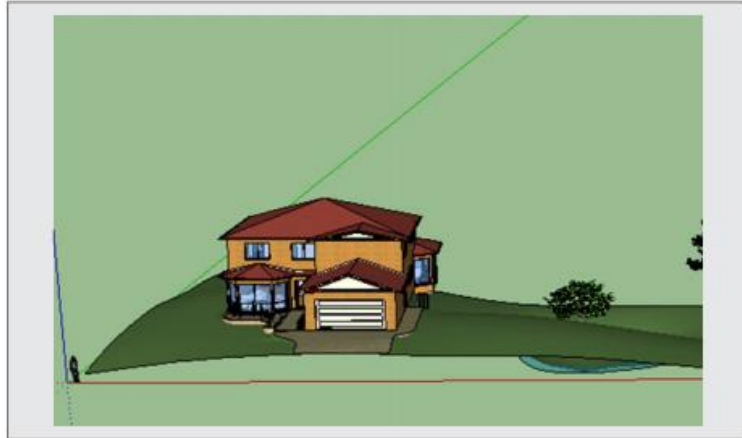


Ilustración 15. Obtener modelos 3D II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Los cuerpos de revolución son los cuerpos geométricos que se construyen relacionando una figura plana y un eje vertical. Estos objetos son la base para construir cualquier tipo de edificio o modelo en 3D. Por ejemplo, para construir un cono hay que comenzar por la base de la figura con un círculo.

1. Seleccionar la herramienta **Círculo**.
2. Seleccionar el lugar donde se desea generar el círculo. Arrastrar hacia afuera.

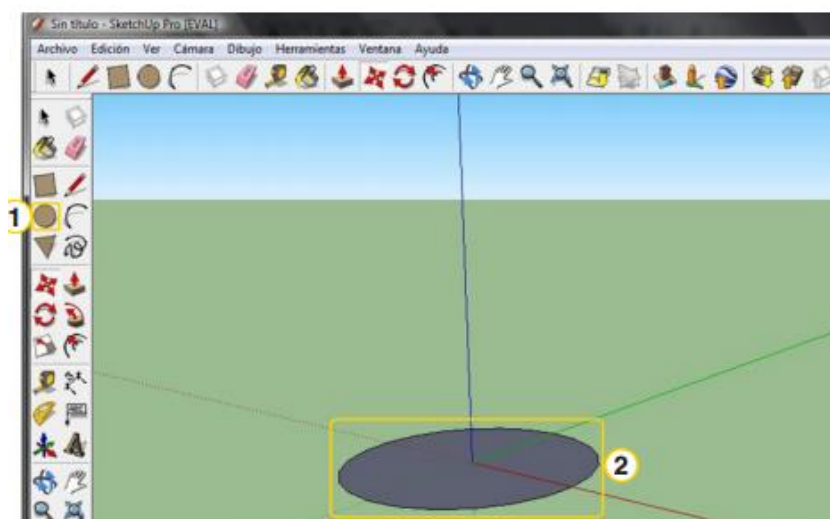


Ilustración 16. Cuerpos de Revolución I. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

1. Seleccionar la herramienta **Rectángulo**.
2. Ubicar el cursor sobre el eje vertical y desplazar hacia la derecha y hacia abajo hasta llegar al eje rojo

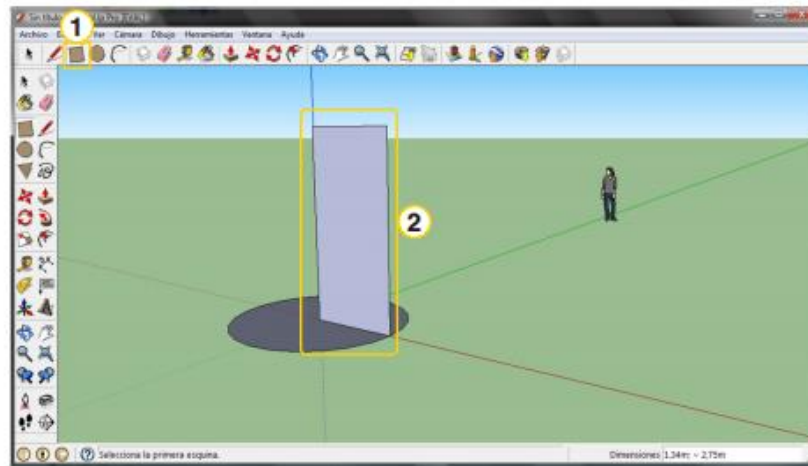


Ilustración 17. Cuerpos de Revolución II. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

1. Seleccionar la herramienta **Línea**.
2. Trazar una línea desde el vértice superior izquierdo del rectángulo hasta el vértice inferior derecho. Se marcará una diagonal.
3. Seleccionar la herramienta **Borrar**.
4. Seleccionar la parte del rectángulo que se quiere borrar.

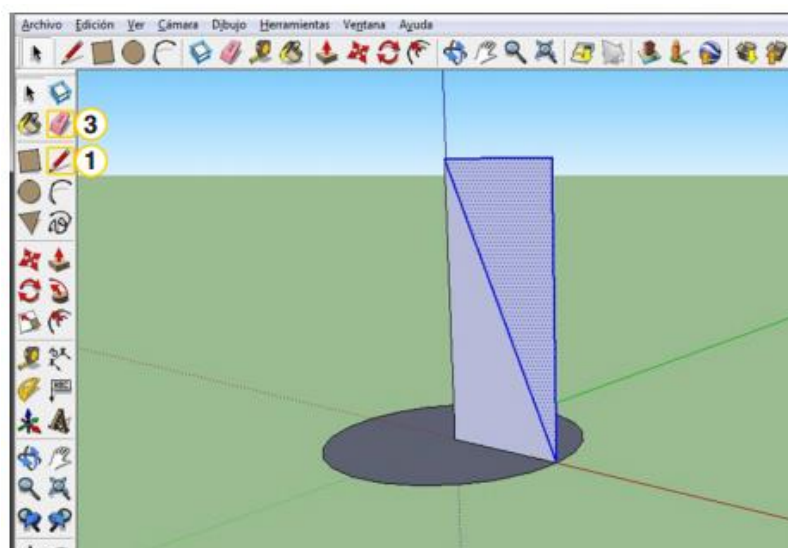


Ilustración 18. Cuerpos de Revolución III. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

5. Seleccionar en la **Barra de menú, Ver - Barra de herramientas - Modificación**.
Se abrirá la Barra de herramientas Modificación.
6. En el Conjunto grande de herramientas elegir la herramienta **Seleccionar**. En el círculo, seleccionar el círculo que sirve de base a la figura con el botón izquierdo del mouse.
7. En el Conjunto grande de herramientas seleccionar la herramienta **Sígueme**.
8. Apretar el botón izquierdo del mouse sobre el triángulo.
9. El triángulo completará un giro de 360 grados formando un cono.

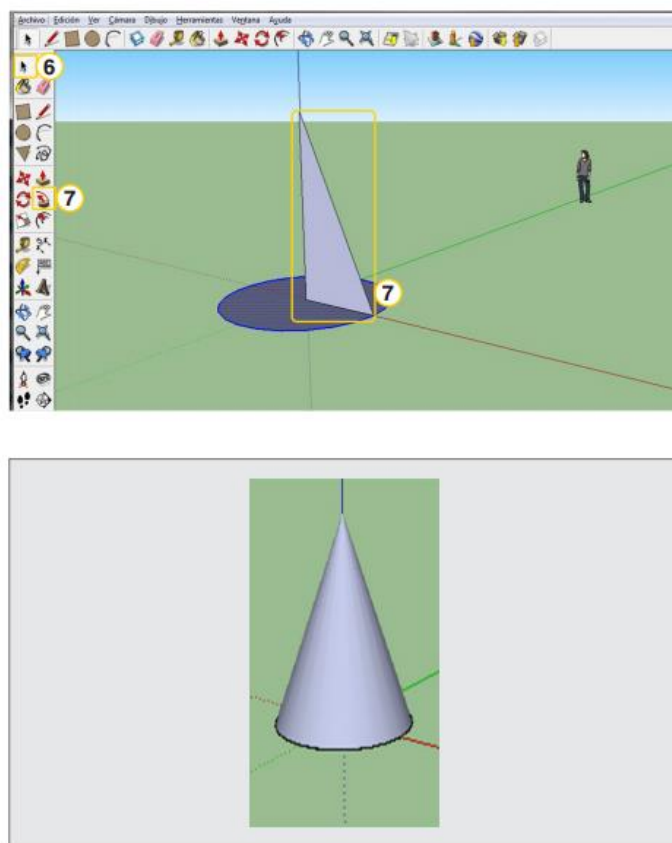


Ilustración 19. Cuerpos de Revolución IV. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

4.7.2. Aumentaty Author.

De entre todos el software disponible en el mercado, y que su uso sea gratuito, optamos por quedarnos finalmente por el software Aumentaty Author, debido a su complementariedad con Sketchup, como veremos más adelante, y para su formación hemos cogido el manual de referencia de la propia compañía que podemos encontrar en

http://author.aumentaty.com/manual_es.pdf

La interfaz de usuario de Aumentaty Author resulta intuitiva y fácil manejo, permitiendo mediante un sencillo proceso de “arrastrar y soltar”, simplificar como nunca antes la creación de escenas de Realidad Aumentada. Nada más abrir Aumentaty Author, se presenta la siguiente interfaz de usuario. Como se muestra, el interfaz de usuario se divide en 4 zonas:

- Menú de la aplicación: menú clásico de aplicaciones Windows.
- Panel izquierdo: rejilla de marcas y biblioteca de modelos.
- Panel central: visualizador de la escena de Realidad Aumentada (RA).
- Panel derecho: herramientas para modificar los modelos en la escena RA.

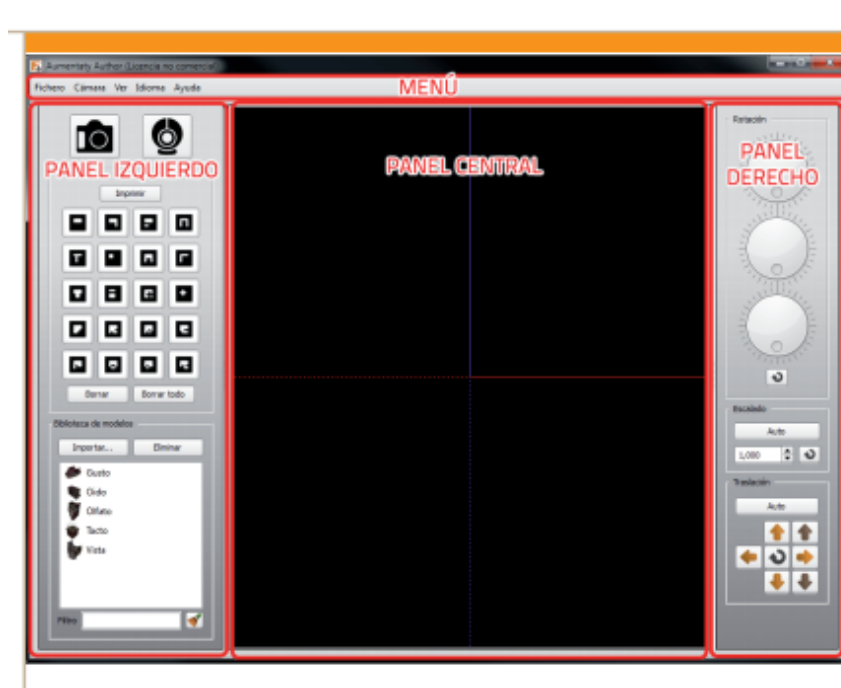


Ilustración 20. Interfaz Aumentaty Author. Elaborado por Aumentaty Author.

Desde el menú fichero podemos:

- Cargar escena: Permite cargar un fichero de escena Aumentaty (.aty). Al cargarlo se borra la escena que tuviéramos montada.
- Guardar escena: Guarda la escena de RA que tengamos montada en un fichero de escena Aumentaty Author (.aty).

Para poder utilizar los objetos de Google SketchUp en Aumentaty Author tenemos que exportarlo como archivo tipo DAE.

1. En la Barra de menú seleccionar **Exportar - Modelo 3D**.

2. Se abrirá la ventana **Exportar modelo**. Completar los campos: Nombre y el lugar en donde se guardará el archivo.

3. Exportar.

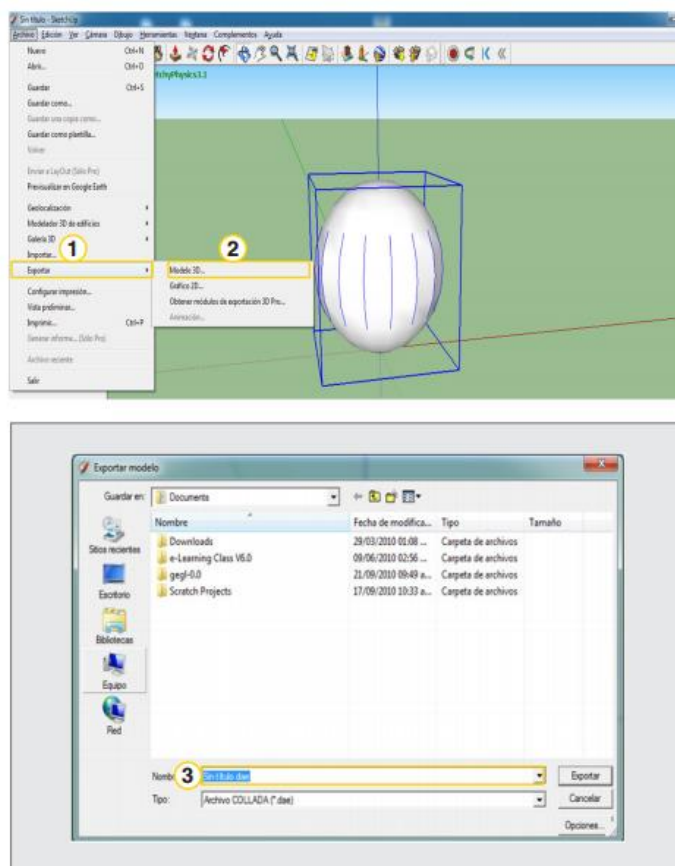


Ilustración 21. Exportar objetos. Elaborado por el Ministerio de Educación Argentino.

Para a continuación poder importarlo desde el Menú Fichero- Importar, y así poder disfrutar del modelo creado en 3D en Realidad Aumentada.

El Panel Izquierdo: contiene los botones de selección de imagen y fuente de vídeo, las marcas de RA y la biblioteca de modelos. Este panel nos permite realizar operaciones básicas como acceder a nuestra webcam, importar nuevos modelos a la biblioteca de modelos y asociar éstos a las marcas ofrecidas por el programa para componer escenas de Realidad Aumentada.

El botón de imagen: Permite seleccionar una imagen como entrada para la escena de RA, útil cuando no disponemos de una webcam o no tenemos impresas las marcas y queremos ver el resultado de la escena de RA.

El botón de video: Nos permite seleccionar una entrada de video para visualizar la escena de RA. Además al pulsarlo de nuevo nos permite pausar la imagen. Esto es muy útil si no disponemos de un buen sitio en el que dejar la marca: la enseñamos a cámara, y pausamos. Después con las manos libres podemos usar los controles del panel derecho para posicionar el modelo en la marca. Pulsando de nuevo volvemos a poner en marcha la cámara.



Ilustración 22. Panel izquierdo. Elaborado por Aumentaty Author.

La Marcas sirven para asociar modelos 3d de la biblioteca de modelos a una marca de RA. Cuando no tienen ningún modelo 3d asociado las marcas se muestran en blanco y negro, cuando asociamos algún modelo 3d cambian a color naranja, para que sepamos que tenemos algo asignado ya que puede ser que en la vista de la escena no tengamos la marca a

la vista. Además, si pasamos el cursor por encima nos mostrará un icono con el modelo asignado.

Para asignar un modelo a la marca, una vez lo tenemos seleccionado de la biblioteca de modelos, lo arrastramos sobre la marca y lo soltamos. Veremos cómo después de un instante, la marca cambia a color naranja y aparece un icono representativo del modelo 3d asignado, además si tenemos la marca visible en la imagen de la cámara veremos nuestro objeto en 3d sobre la misma



Ilustración 23. Marcas RA. Elaborado por Aumentaty Author.

El área de visualización es la zona de trabajo donde, tras acceder a la fuente de vídeo, puedes ver y editar la escena de Realidad Aumentada actual. Cuando está activa, las marcas que son reconocidas se tintan de naranja en el área de visualización. Arrastrando y soltando un modelo de la biblioteca sobre la marca en el panel izquierdo veremos cómo se posiciona dicho modelo 3d en la marca. Con los controles del panel derecho podremos ajustar su

posición tamaño y orientación. Estos cambios se realizarán sobre la marca activa, que en el área de visualización queda representado mediante un borde rojo.

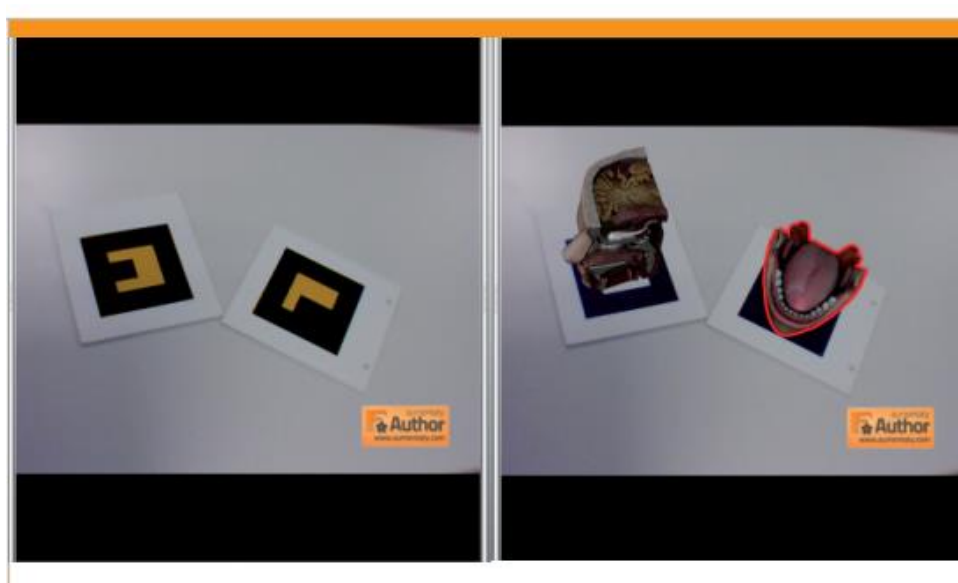


Ilustración 24. Visualización. Elaborado por Aumentaty Author.

El panel derecho contiene controles de rotación, escalado y traslación que permiten modificar el ángulo, el tamaño y la posición de los modelos 3D con respecto a su marcador de forma individual.

- Rotación Los controles de rotación permiten rotar el modelo 3D seleccionado con respecto a cada uno de los ejes. El botón deshacer permite volver a la posición original.
- Escalado Los controles de escalado permiten actuar sobre el tamaño del modelo 3D seleccionado para obtener las dimensiones deseadas en el mismo. Podemos escribir el factor de escalado, usar la rueda del ratón o usar los botones. El botón Auto escala el modelo al tamaño de la marca.



Ilustración 25. Panel derecho. Elaborado por Aumentaty Author.

- **Traslación:** los controles de traslación permiten variar la posición relativa del modelo seleccionado con respecto a su marca. El botón Auto posiciona el modelo 3d como si descansara sobre la marca.

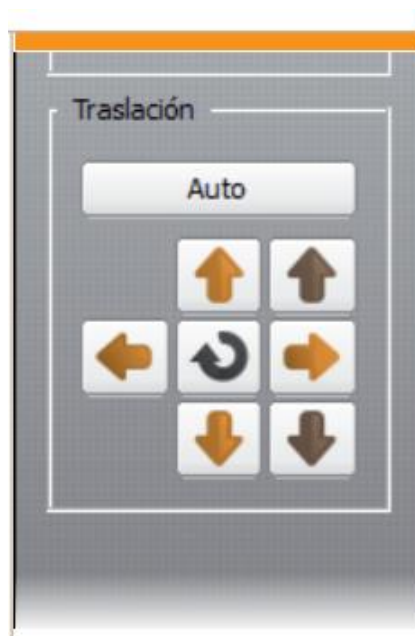


Ilustración 26. Traslación. Elaborado por Aumentaty Author.

4.8. Secuencia Didáctica

El objetivo de esta secuencia didáctica es la asimilación del concepto de Cuerpo Geométrico, sus tipos y sus propiedades. Para ello se plantearán preguntas que van de lo concreto a lo abstracto. Cada pregunta motivará una serie de réplicas y contrarréplicas que concluirán cuando los alumnos alcancen un acuerdo y el profesor lo valide.

En las primeras actividades se dividirá a la clase en parejas y se les pedirá que resuelvan los problemas mediante sus propios recursos. El objetivo de esta primera actividad es que interioricen el problema y busquen una conexión entre los conocimientos de que disponen y las propuestas que se les plantean. Posteriormente, deben ser capaces de asumir su propio proceso de aprendizaje. Para ello deben encontrar una estrategia adecuada siguiendo, críticamente, los pasos y pistas que se les ofrecen.

Finalmente deben implicarse en el proceso colaborativo y trabajar con la tecnología junto con sus compañeros. En este momento se hace especialmente importante su capacidad crítica para poder interpretar lo mejor posible las elaboraciones de sus compañeros y poder devolver al grupo sus mejores argumentos y estrategias, de forma que su aportación sea positiva para el aprendizaje del grupo.

El profesor será el encargado de dinamizar el proceso: hará preguntas para que los alumnos reflexionen, incidirá en el tema cuando crea que se debe profundizar sobre algún aspecto, distribuirá los materiales y los espacios, y, sobre todo, establecerá la secuencia necesaria que de unidad y globalidad al conjunto.

A su vez, el profesor será el referente técnico y de conocimientos: iniciará las actividades y hará accesibles los contenidos previos, principalmente en lo que respecta a

los recursos de los que tendrán que hacer uso los estudiantes. También, será el encargado de marcar un ritmo, pero sin hacerse presente.

Por último, el profesor también observará todo el proceso para asegurarse de que sigue adelante, subsanará los posibles bloqueos y tendrá una visión crítica que permita evaluar tanto los resultados como los procedimientos para llegar a ellos.

Por todo ello, proponemos las siguientes actividades:

1. Cita objetos que encuentras en tu aula, e indica cuál es esa forma.
2. Clasifica los anteriores objetos y figuras, utilizando el criterio que creas más adecuado. Indica que tienen en común todos esos objetos y figuras.

La primera y segunda cuestión las consideramos esenciales. Por una parte nos sirven como introducción al tema. Por otra parte, el correcto encauzamiento de sus respuestas permite a los alumnos llegar, por sus propios medios, a la conclusión de que “los Cuerpos Geométricos son regiones cerradas del espacio”.

Para comprobar que dicha definición es la apropiada, se les presentan distintas imágenes de Cuerpo Geométricos en Realidad Aumentada, para que comprueben que es cierta. A continuación se hace hincapié que, dentro de este concepto, podemos clasificarlos en varios tipos, y se les pregunta que cuáles serían. Una vez diferencian que hay al menos dos tipos de poliedro, les introducimos los conceptos de poliedro y cuerpo redondo.

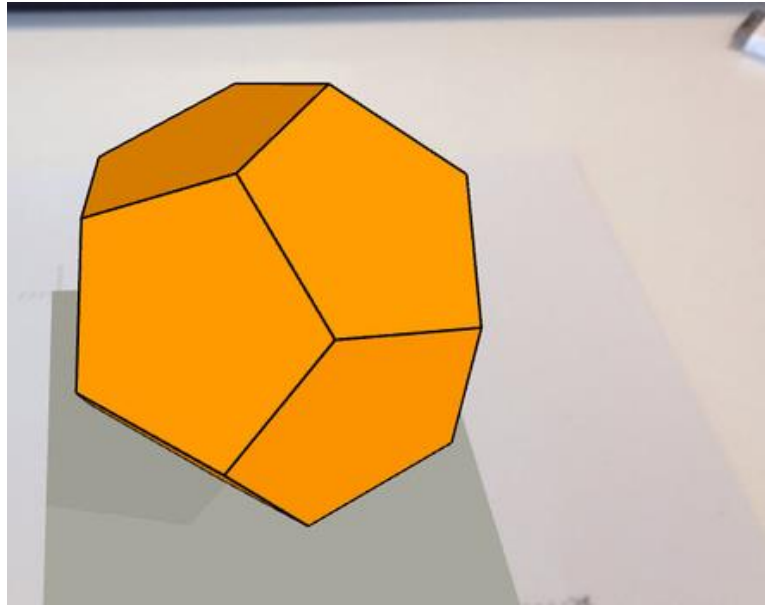


Ilustración 27. Cuerpo Geométrico Realidad Aumentada. Elaboración Propia

3. ¿Qué es un poliedro? ¿Y un cuerpo redondo?

Para la pregunta 3, pedimos a los alumnos que seleccionaran o trataran de dar una definición formal de poliedro con la que poder trabajar durante el resto de la sesión. Después de la discusión preliminar y tal y como esperábamos, no supieron aproximarse.

Se les entrega un juego de piezas llamado Polydron, para llegar a esa definición. Cogemos una pieza y les decimos que eso es un polígono. Y les pedimos que cojan piezas hasta construir una figura.



Ilustración 28. Polydron. Elaborada por multitudidácticos

Cuando han terminado, se les pregunta que tienen en común su figura con la que han construido sus demás compañeros. Cuando llegan a la conclusión que se ha “cerrado” y que todas las caras son planas se puede construir una definición: “Cuerpos geométricos limitados por caras planas”.

Y una vez definido un poliedro, se define fácilmente cuerpo redondo, puesto que son “redondos”, como su nombre indica.

También se les dice que existen dos tipos de poliedros: regulares e irregulares.

4. ¿Cuántos poliedros regulares existen? Escribe el nombre de todos ellos, si los hubiese.

La pregunta 4 está relacionada con el concepto de sólido platónico.

Para esta actividad utilizamos poliedros previamente construidos con Polydron. Tras deducir la definición mostrándoles un ejemplo de sólido platónico (el octaedro) y un ejemplo de un poliedro que no es un sólido platónico (que obtuvimos sustrayendo dos triángulos al octaedro y cerrando la figura resultante).

Para que ellos deduzcan cuántos hay, se les entrega las distintas piezas por grupos: triángulos equiláteros, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos. Y se les pide que comiencen por los triángulos:

- 1) Comenzamos con los triángulos equiláteros. El objetivo es intentar construir el máximo número de poliedros que tengan el mismo número de triángulos por vértice.

Y se les explica el porqué: Empezamos juntando tres triángulos por un mismo vértice formando una figura con forma de pirámide, en este caso con cuatro vértices y seis aristas. A continuación completamos la figura añadiendo triángulos hasta que todos los vértices compartan el mismo número de triángulos. De esta forma, al añadir un triángulo más a la figura inicial obtenemos un sólido platónico con tres triángulos por vértice, el tetraedro. Si repetimos el proceso anterior con cuatro y cinco triángulos por vértice, obtenemos un octaedro y un icosaedro respectivamente. Cuando intentamos hacer lo mismo con seis triángulos por vértice, observamos que no podemos formar una pirámide porque los seis triángulos se distribuyen en el plano formando un hexágono, por lo que no es posible formar una pirámide y menos aún un sólido platónico con ellos.

Con más de seis triángulos es incluso peor, pues no hay espacio suficiente para juntarlos por el mismo vértice, así que hemos acabado con este caso.

2) Proseguimos con los cuadrados y con su consiguiente explicación

Si juntamos tres cuadrados por cada vértice y completamos la figura con más cuadrados formando un poliedro en la forma antes descrita, obtenemos un cubo. Cuando intentamos hacer lo mismo con cuatro triángulos por vértice, observamos que los cuatro triángulos se distribuyen en el plano formando otro cuadrado más grande y por lo tanto no es posible formar un sólido platónico con ellos. Como en el caso de siete o más triángulos, no hay espacio suficiente para juntar cinco cuadrados por el mismo vértice, así que hemos acabado con este caso.

3) Los pentágonos.

Si juntamos tres pentágonos por cada vértice y añadimos más hasta completar un poliedro en la forma antes descrita, obtenemos un dodecaedro. Como en los casos anteriores, no hay espacio suficiente para unir cuatro pentágonos por el mismo vértice, así que hemos acabado con este caso.

4) Finalizamos con el resto de polígonos de seis o más lados.

Si juntamos tres hexágonos por el mismo vértice, observamos que los tres hexágonos se distribuyen en el plano formando otro hexágono más grande, y por lo tanto no podemos formar un sólido platónico con ellos. Si cogemos cuatro hexágonos o tres o más polígonos de siete o más lados, observamos que no hay espacio suficiente para juntarlos por el mismo vértice, así que no podemos obtener más sólidos platónicos.

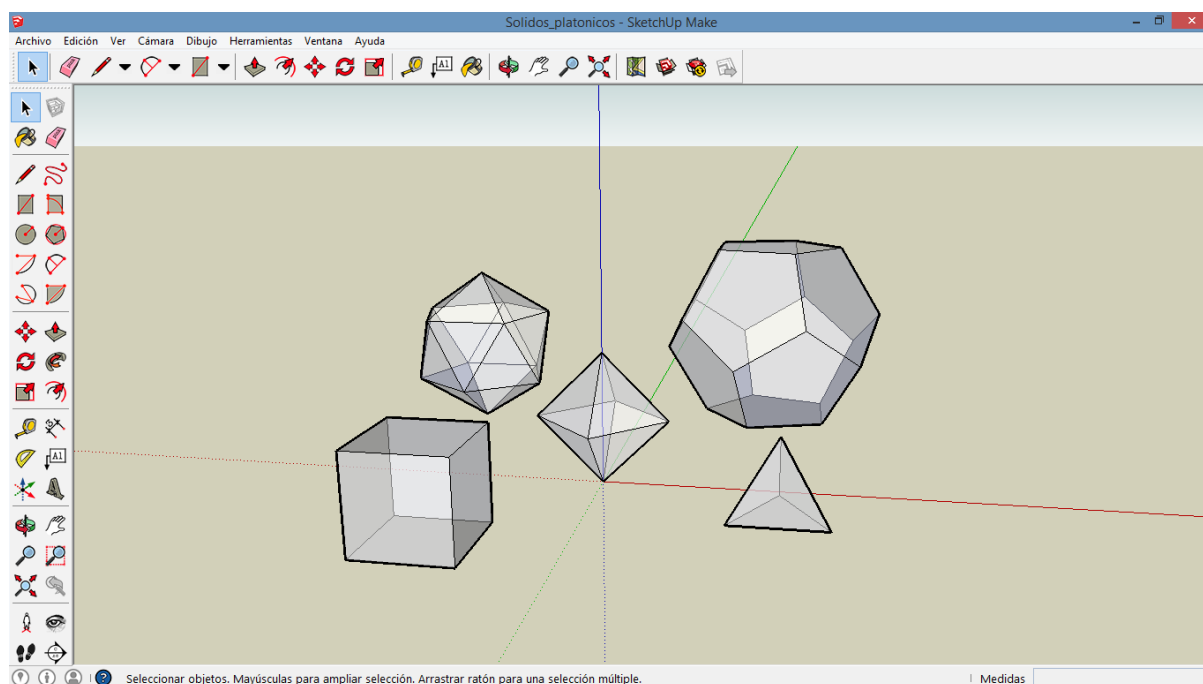


Ilustración 29. Sólidos platónicos. Elaboración propia.

5. Adivinanza.

El objetivo de esta actividad consistía en dar a conocer a los alumnos que a la Geometría se puede trabajar de forma distinta a la que ellos están habituados (papel y lápiz). Esta forma consiste en la utilización de un software de diseño gráfico, Sketchup, y otro de Realidad Aumentada, Aumentaty. Para ello se siguieron los siguientes pasos.

Se colocan 3 marcas en la mesa cada un cuerpo geométrico distinto, y con una adivinanza y Smartphone para ver el objeto de las marcas deben indicar cuál es la correcta.

Otro tipo de acertijo, fue decirles unas características del objeto que estábamos buscando y que nos dijeran cual o cuales, no cumplían esas características.

Los objetos de las marcas podían ser, a su vez, solo los desarrollos planos de esas figuras- Dichos desarrollos ya habían utilizado anteriormente para construir figuras con Polydron.

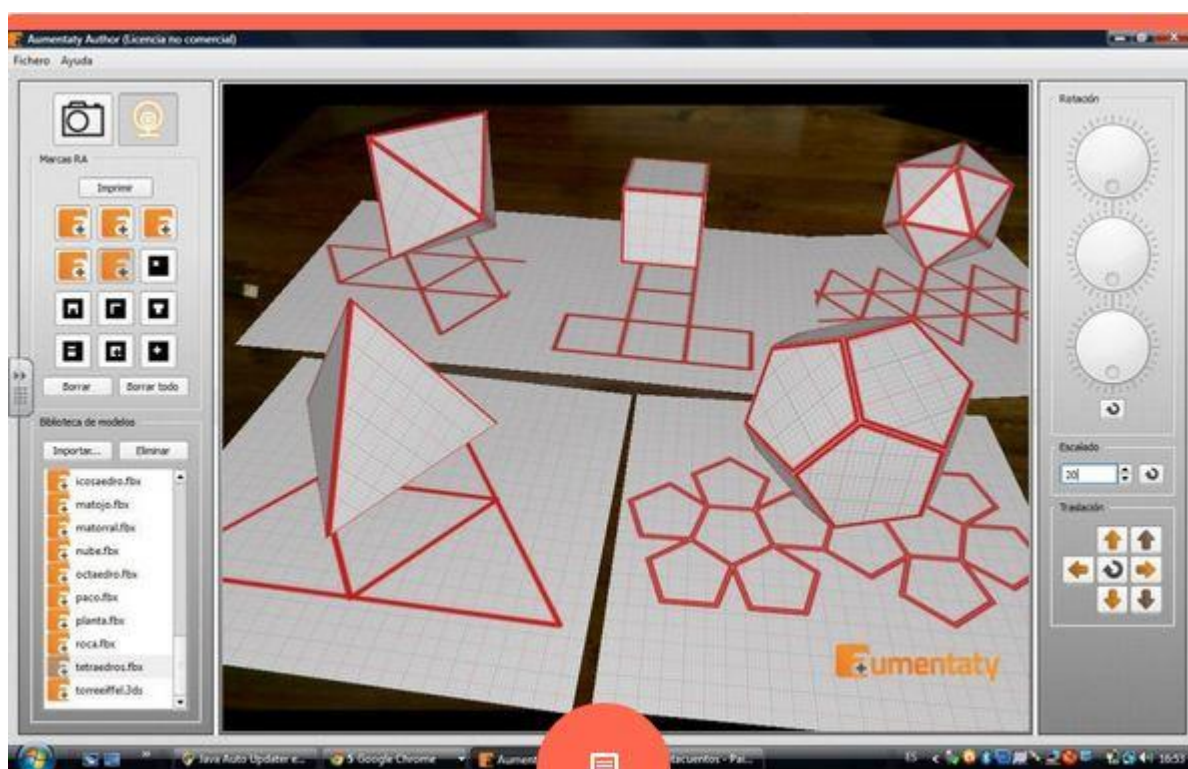


Ilustración 30. Adivinanzas. Elaborado por el Gobierno de Canarias.

6. ¿Qué relación existe entre el número de caras, vértices y aristas? ¿En qué poliedros se cumple dicha relación?

Para la última pregunta, dibujamos una tabla en la pizarra con relación aristas vértices y caras, e intentamos deducir una relación a partir de ellas.

El objetivo de la actividad consistía en dar una demostración de la fórmula de Euler para un poliedro convexo en el espacio tridimensional. Para ello, seguimos los siguientes pasos:

Empezamos la actividad contando el número de vértices (V), aristas (A) y caras (C) de todos los sólidos platónicos identificados en la actividad anterior. Este recuento fue realizado por un voluntario, con una cierta ayuda por parte del profesor. El profesor puso un cierto énfasis en la dificultad de contar objetos de manera sistemática (por ejemplo, las aristas de un icosaedro), que es a menudo uno de los grandes problemas en las matemáticas cuantitativas.

Para cada uno de los sólidos platónicos, anotamos los números V, A y C en una tabla en la pizarra. A continuación, el profesor preguntó al grupo si observaban algún patrón en estos datos. Fueron observados dos:

El número de vértices del cubo (resp. dodecaedro) es igual al número de caras del octaedro (resp. icosaedro). Esto dio lugar a explicar la idea de *dualidad* entre poliedros.

Los participantes, con la guía del profesor, ~~llegan a~~ identificaron una relación entre V, A, C, es decir, $[V - A + C = 2.]$

El profesor indicó que esta relación se conoce como la fórmula de Euler.

A continuación, este hizo hincapié en dos preguntas fundamentales a raíz de la fórmula de Euler:

¿Por qué es verdad esta fórmula?

¿Para qué tipo de objetos es verdad esta fórmula? ¿Es algo especial de los poliedros, o nos está describiendo algo más general?

Entonces, para que ellos dedujeran las respuestas, se planteó la siguiente actividad:

Imaginad que somos unos ingenieros espaciales y que nos destinan a un planeta remoto con el objetivo de dividirlo mediante comarcas (C), villas (V) y autopistas (A). A modo de ejemplo vamos a utilizar una hoja de papel como mapa.

Este mapa representará la superficie del planeta. En el mapa vamos a representar las villas como puntos, a los que denotaremos por letras (A, B, C,...). También vamos a representar las autopistas como las líneas (posiblemente curvas) que conectan dos villas. Denotaremos las autopistas escribiendo entre corchetes las villas que conectan ([A, B], [A, C], [B, C],...).

Las comarcas del mapa serán las distintas figuras planas delimitadas por las autopistas (por ejemplo, en un mapa con una única villa A y una única autopista [A, A] tenemos una única comarca, la región comprendida en el interior de la curva [A, A]).

Para dibujar nuestro mapa, nos guiaremos por las siguientes reglas:

1. El mapa empieza con una villa A.
2. El alumno debe seleccionar una villa y empezar a dibujar una autopista. La autopista puede finalizar en a) algún punto del mapa vacío (en cuyo al fin de la autopista se le dará el nombre de villa) o bien en b) una villa ya existente. Ninguna autopista puede

dibujarse de manera que se cruce con una autopista ya existente. Ninguna autopista puede pasar por encima de ninguna villa ya existente (a no ser que acabe en dicha villa).

A modo de ejemplo, al principio tenemos una villa A. Nuestra primera autopista será una línea curva, sin auto intersecciones, que o bien acabe en A (en cuyo caso la llamaremos [A, A]) o bien acabe en un punto vacío del espacio (en cuyo caso el punto final de la línea lo llamaremos B y a la autopista la llamaremos [A, B]). Si la segunda autopista que construya el alumno también une A y B, la denotaremos [A, B] para diferenciarla de la anterior, y así sucesivamente.

Siguiendo estas reglas observamos que:

1. No puede haber villas aisladas (toda villa debe estar conectada al menos con una villa más mediante una autopista). Esto quiere decir que nuestro mapa no tiene puntos aislados. En concreto, si existe una villa A, debe existir una autopista [A,-]
2. Cada autopista debe comenzar y acabar en una villa y no es posible que hayan villas en mitad de las autopistas. Por ejemplo, si tenemos las villas A y B y la autopista [A, B], no puede aparecer una villa C entre medias. La única manera de dibujar en el mapa tres villas A, B y C unidas por un mismo segmento es que ese segmento sea la unión de dos autopistas distintas, por ejemplo [A, B] y [B, C].
3. Las autopistas no pueden cruzarse entre ellas. De esta forma, no está permitido dibujar autopistas [A, B] y [C, D] que se corten entre ellas entre ellas. Si queremos que nuestro mapa contenga algo parecido a un cruce habría que pintar 5 villas: una norte (A), este (B), sur (C), oeste (D) y central (E) y pintar cuatro carreteras, [A, E], [B, E], [C, E], [D, E].

Observación: Versiones más sencillas de la actividad consisten en exigir que no haya autopistas que empiecen y acaben en la misma villa ($[A, A]$) o que no pueda haber dos autopistas que comiencen en una villa A y acaben en la misma villa B (con lo que nos quitamos el problema de los subíndices $[A, B]_1, [A, B]_2$, etc.).

Mediante la construcción anteriormente descrita, los alumnos descubrirán que por cada nueva autopista que dibujen están o bien dibujando una nueva villa (si, como en el caso a), la autopista finaliza en un punto del mapa vacío) o bien introduciendo una nueva región en el mapa (si, como en el caso b), la autopista finaliza en una región existente, como por ejemplo en el caso $[A, A]$). Como nuestro mapa empezaba originalmente con una villa ($V=1$), obtenemos que en primer caso estamos añadiendo tantas autopistas como nuevas villas ($+A=+V$) y en el segundo tantas autopistas como nuevas regiones ($+A=+C$), de donde concluimos que nuestro mapa verifica la fórmula: $[V - A + C = 1]$.

Una vez los alumnos hayan sido capaces de deducir esta fórmula, les haremos deducir que en un mapa de verdad las regiones exteriores (los bordes de la hoja) se pegan entre sí para formar un planeta. Por lo tanto, esta región exterior es en realidad una nueva comarca de nuestro mapa. A modo de ejemplo, un planeta con una única villa A y una única autopista $[A, A]$ tendría dos comarcas, puesto que la autopista $[A, A]$ divide el planeta en dos regiones separadas.

En nuestra actividad sobre la hoja de papel no éramos capaces de apreciar la cara exterior, pero gracias a los software de Sketchup y de Aumentaty podemos mostrarles un planeta (por ejemplo una marte terraformada) con distintas villas y autopistas (como los mapas que han confeccionado los alumnos) de manera que al girar el planeta sobre su eje

podemos apreciar la cara exterior. De esta manera de la fórmula del mapa plano $[V - A + C = 1]$ obtenemos la fórmula para poliedros deformables en una esfera simplemente observando que nos estábamos dejando sin contar una comarca (la cara exterior) de manera que obtenemos $[V - A + C = 2]$.

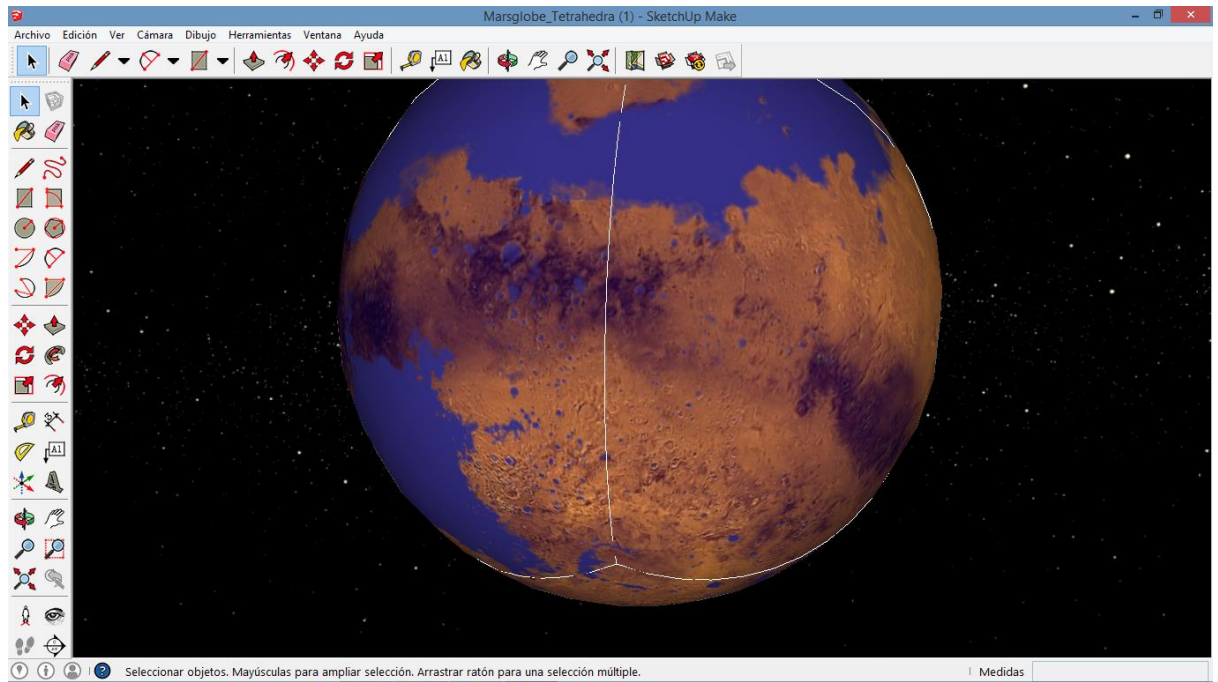
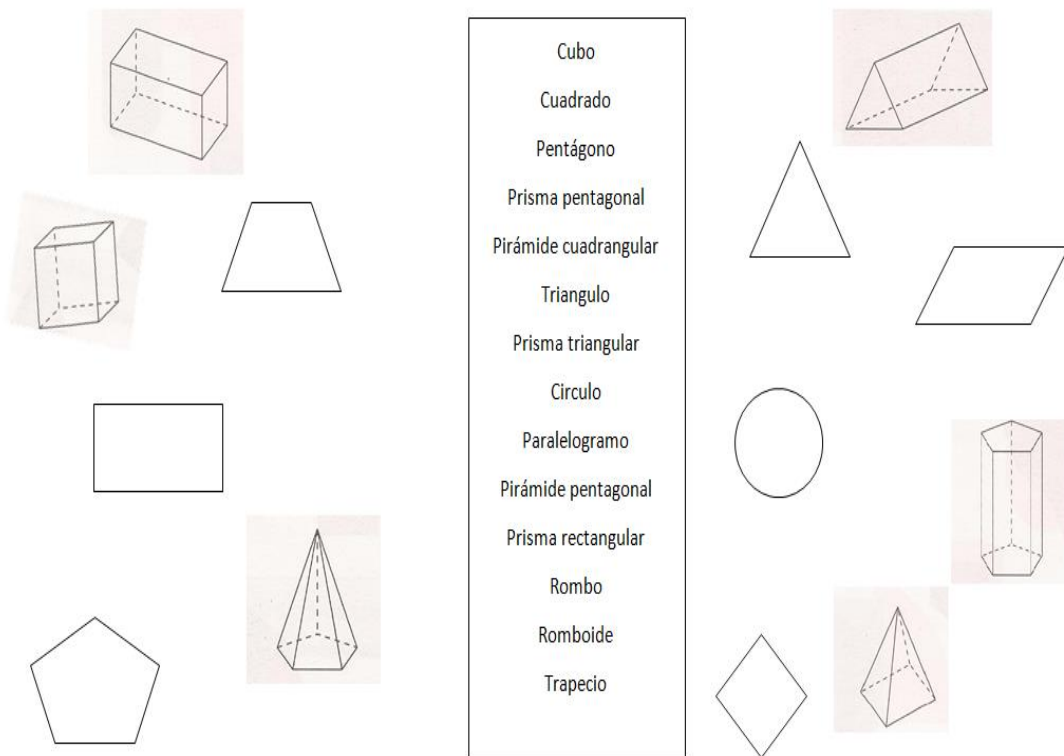


Ilustración 31. Marte terraformada. Elaboración propia.

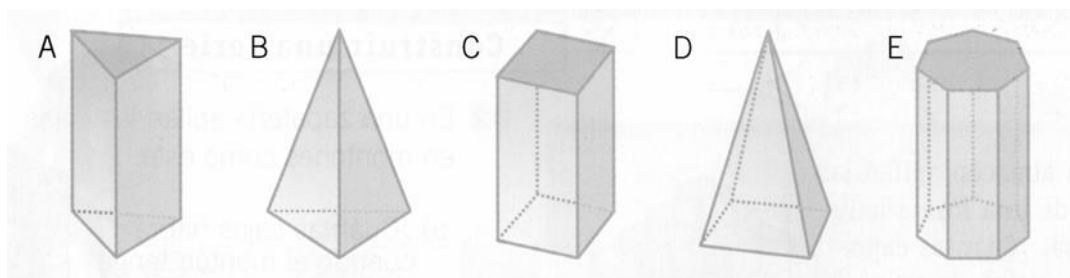
4.9. Cuestionario

1. Unir cada representación con el nombre correspondiente. ¿Qué figura falta?



A continuación marca con color rojo los vértices y con azul las aristas de cada poliedro.

2. Completa la tabla utilizando las figuras y nombres proporcionados.

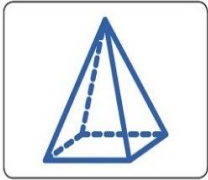

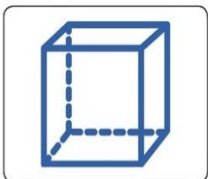



Prisma triangular, pirámide triangular, prisma heptagonal, ortoedro, pirámide cuadrangular.

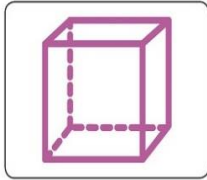
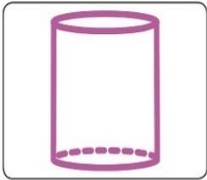

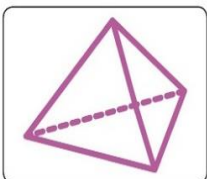
	Polígono de la base	Forma de caras laterales	Nombre del cuerpo	Aristas	Vértices
A					
B					
C					
D					
E					

3. Responde a las siguientes cuestiones:



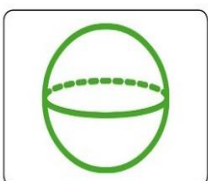
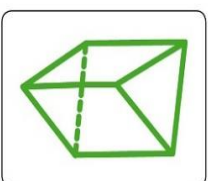
a. ¿Cuál de estas figuras tiene 7 caras?

1. <input type="checkbox"/>		3. <input type="checkbox"/>	
2. <input type="checkbox"/>		4. <input type="checkbox"/>	

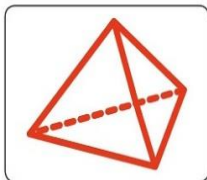

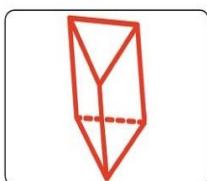
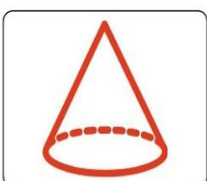
b. ¿Cuál de estas figuras tiene solo 1 cara circular?

1. <input type="checkbox"/>		3. <input type="checkbox"/>	
2. <input type="checkbox"/>		4. <input type="checkbox"/>	

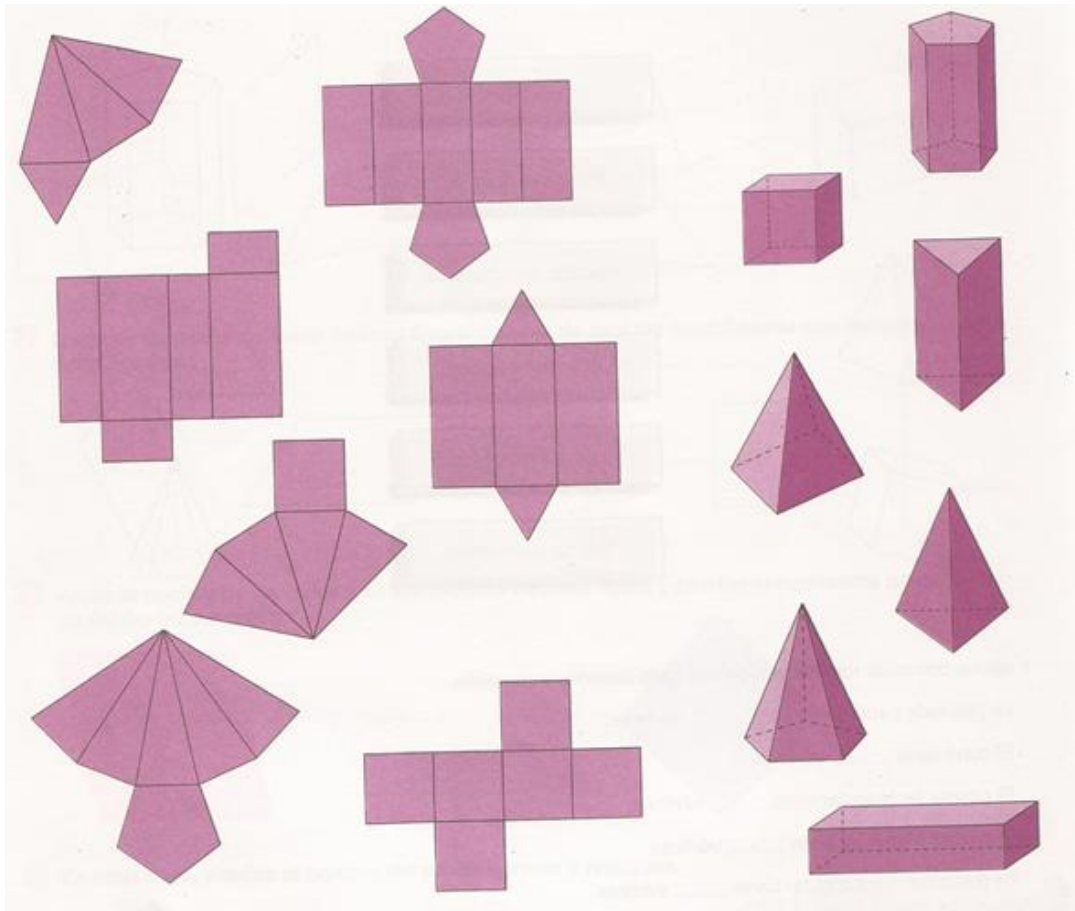
c. ¿Cuál de estas figuras tiene solo 2 caras circular?

1. <input type="checkbox"/>		3. <input type="checkbox"/>	
2. <input type="checkbox"/>		4. <input type="checkbox"/>	

d. ¿Cuál de estas figuras tiene 4 caras triangulares?

1. <input type="checkbox"/>		3. <input type="checkbox"/>	
2. <input type="checkbox"/>		4. <input type="checkbox"/>	

4. Une cada figura con su desarrollo plano correspondiente.



5. Ordena según indique el enunciado

- a. Ordena estos cuerpos geométricos de mayor a menor según su número de caras. Asigna el número 1 para el mayor hasta el 5 para el menor



- b. Ordena estos cuerpos geométricos de mayor a menor según su número de vértices. Asigna el número 1 para el mayor hasta el 5 para el menor



- c. Ordena estos cuerpos geométricos de mayor a menor según su número de aristas. Asigna el número 1 para el mayor hasta el 5 para el menor



6. Escribe V si es verdadero y F si es falso

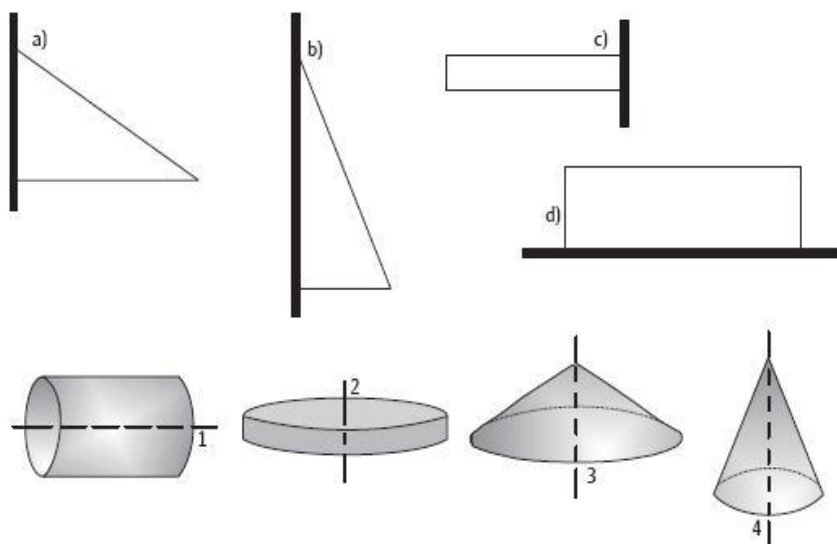
- Solo hay 5 poliedros regulares
- El cubo es el único poliedro regular formado por cuatro cuadrados
- El icosaedro tiene 12 caras y el dodecaedro tiene 20 caras
- El tetraedro, octaedro, y el icosaedro están formados por triángulos equiláteros.
- Hay un poliedro regular formado por octogonos

7. Completa la tabla

Poliedro regular	Nº de	Forma de las	Nº de	Nº aristas
Hexaedro o cubo	6		8	
Tetraedro			4	6
Octaedro	8			12
Dodecaedro			20	30
Icosaedro	20		12	

¿Existe alguna relación entre el número de caras, vértices y aristas? En caso afirmativo indica cuál.

8. A continuación haz corresponder cada figura plana con el cuerpo de revolución correspondiente.



CAPÍTULO 5. RESULTADOS

El capítulo presenta el análisis estadístico del cuestionario, de la muestra interviniente en el mismo. A continuación, hacemos una breve aclaración sobre la terminología utilizada, para una mejor comprensión de los mismos.

Este consta de tres secciones. En la primera analizamos los resultados del grupo Experimental antes de la secuencia didáctica (ExpPre) con aquellos obtenidos después de ella (ExpPost). En la segunda realizamos el mismo análisis con el grupo de Control (ContPre y ContPost). Finalmente, comparamos el grupo Experimental con el grupo Control.

Los resultados se miden con respecto al número de fallos, donde 0 significa que han contestado correctamente todos los ítems de la pregunta y 1 que no han respondido correctamente a ningún ítem. El rendimiento medio nos indica la media del número de fallos obtenidos por el grupo analizado.

5.1 Prueba T para muestras relacionadas. Grupo Experimental.

Tabla 1

Estadísticas de muestras emparejadas para el Grupo Experimental Pre-test-Post-test

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	ExpPre_1	,1403	45	,13269	,01978
	ExpPost_1	,0000	45	,00000	,00000
Par 2	ExpPre_2	,4542	45	,20752	,03094
	ExpPost_2	,2596	45	,20883	,03113
Par 3	ExpPre_3	,0667	45	,11180	,01667
	ExpPost_3	,0000	45	,00000	,00000
Par 4	ExpPre_4	,3619	45	,16001	,02385
	ExpPost_4	,1397	45	,13446	,02004
Par 5	ExpPre_5	,0889	45	,14907	,02222
	ExpPost_5	,0000	45	,00000	,00000
Par 6	ExpPre_6	,6178	45	,19457	,02901
	ExpPost_6	,3111	45	,24329	,03627
Par 7	ExpPre_7	,6646	45	,19365	,02887
	ExpPost_7	,4566	45	,28649	,04271
Par 8	ExpPre_8	,2167	45	,26436	,03941
	ExpPost_8	,1111	45	,18886	,02815

Tabla 2

*Correlaciones de muestras emparejadas para el Grupo Experimental
Pre-test-Post-test*

		N	Correlación	Sig.
Par 1	ExpPre_1 y ExpPost_1	45	.	.
Par 2	ExpPre_2 y ExpPost_2	45	,768	,000
Par 3	ExpPre_3 y ExpPost_3	45	.	.
Par 4	ExpPre_4 y ExpPost_4	45	-,161	,291
Par 5	ExpPre_5 y ExpPost_5	45	.	.
Par 6	ExpPre_6 y ExpPost_6	45	,476	,001
Par 7	ExpPre_7 y ExpPost_7	45	,486	,001
Par 8	ExpPre_8 y ExpPost_8	45	,645	,000

Tabla 3
Prueba de muestras emparejadas para el Grupo Experimental Pre-test-Post-test

								Sig.	
<div>Diferencias emparejadas</div>								(bilateral)	
95% de intervalo de									
Desviació Media de									
n error									
confianza de la									
diferencia									
Media estándar estándar Inferior Superior t gl									
Par	ExpPre_1 -	,140							
1	ExpPost_1	28	,13269	,01978	,10041	,18014	7,092	44	,000
Par	ExpPre_2 -	,194							
2	ExpPost_2	67	,14183	,02114	,15206	,23728	9,207	44	,000
Par	ExpPre_3 -	,066							
3	ExpPost_3	67	,11180	,01667	,03308	,10026	4,000	44	,000
Par	ExpPre_4 -	,222							
4	ExpPost_4	22	,22496	,03354	,15464	,28981	6,626	44	,000
Par	ExpPre_5 -	,088							
5	ExpPost_5	89	,14907	,02222	,04410	,13367	4,000	44	,000
Par	ExpPre_6 -	,306							
6	ExpPost_6	67	,22804	,03399	,23816	,37518	9,021	44	,000
Par	ExpPre_7 -	,208							
7	ExpPost_7	08	,25612	,03818	,13113	,28503	5,450	44	,000
Par	ExpPre_8 -	,105							
8	ExpPost_8	56	,20288	,03024	,04460	,16651	3,490	44	,001

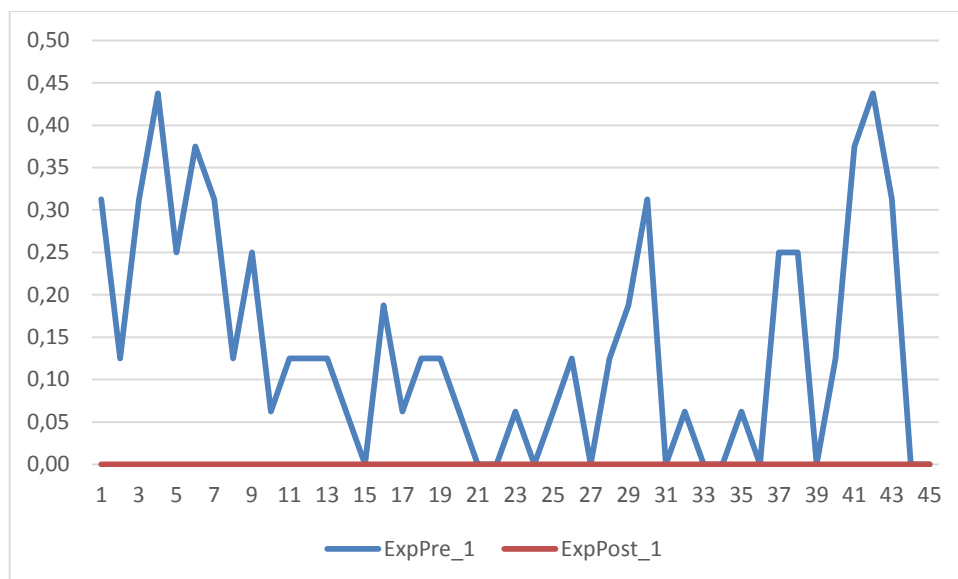


Gráfico 1. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 1.

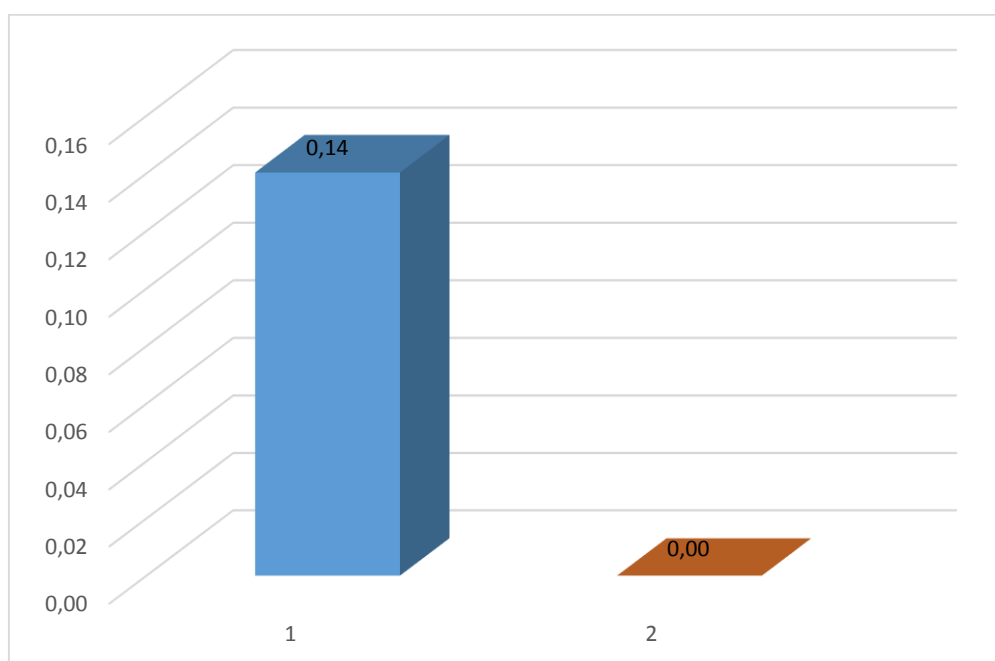


Gráfico 2. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

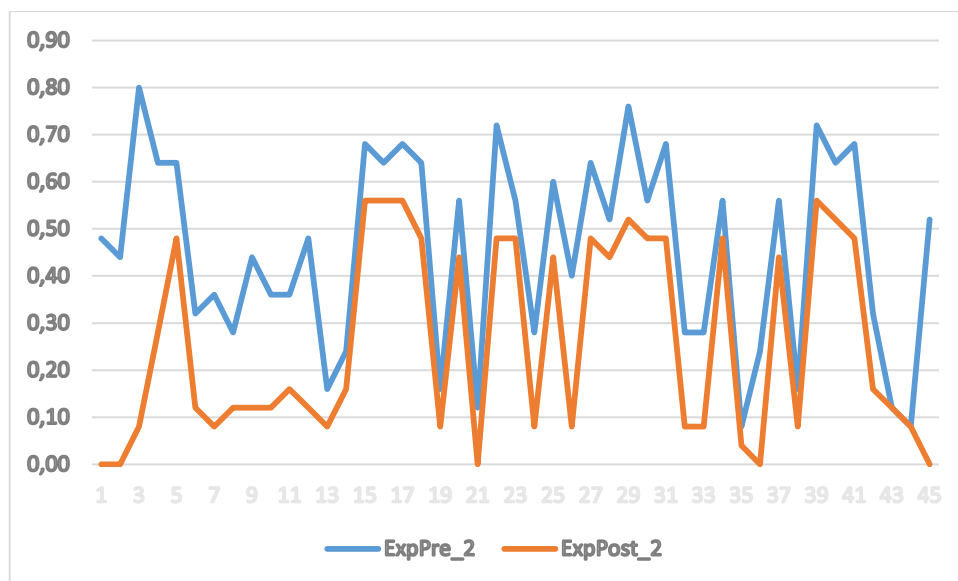


Gráfico 3. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 2.

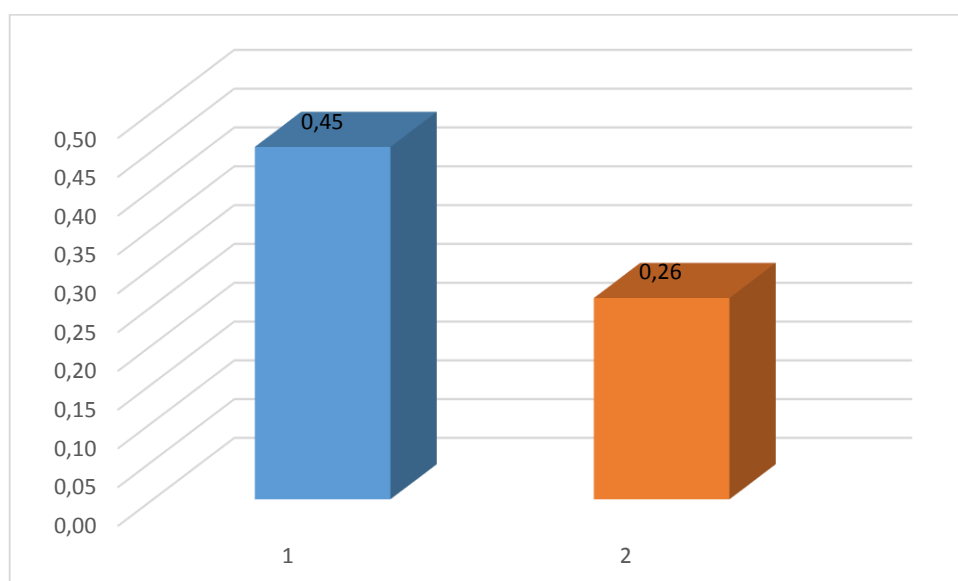


Gráfico 4. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

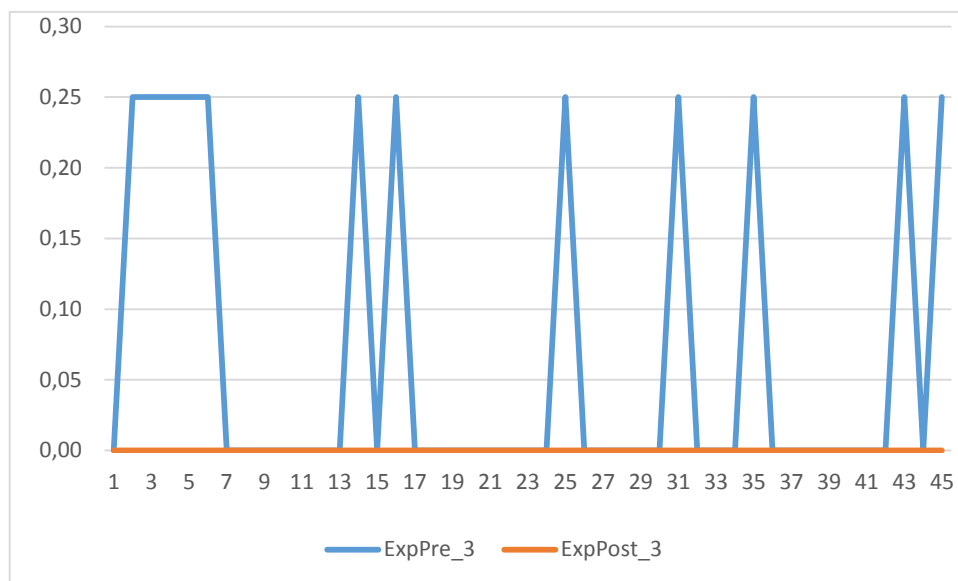


Gráfico 5. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 3.

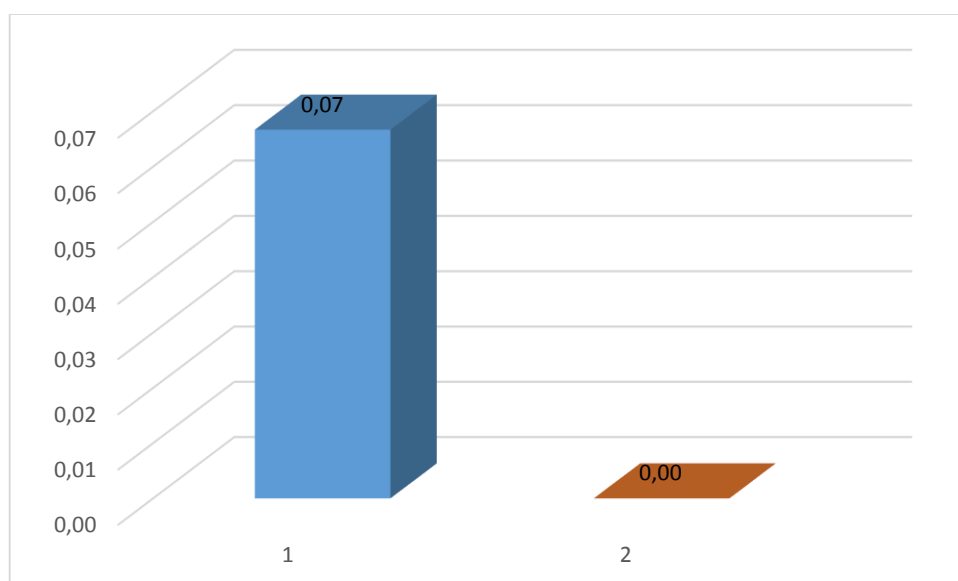


Gráfico 6. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

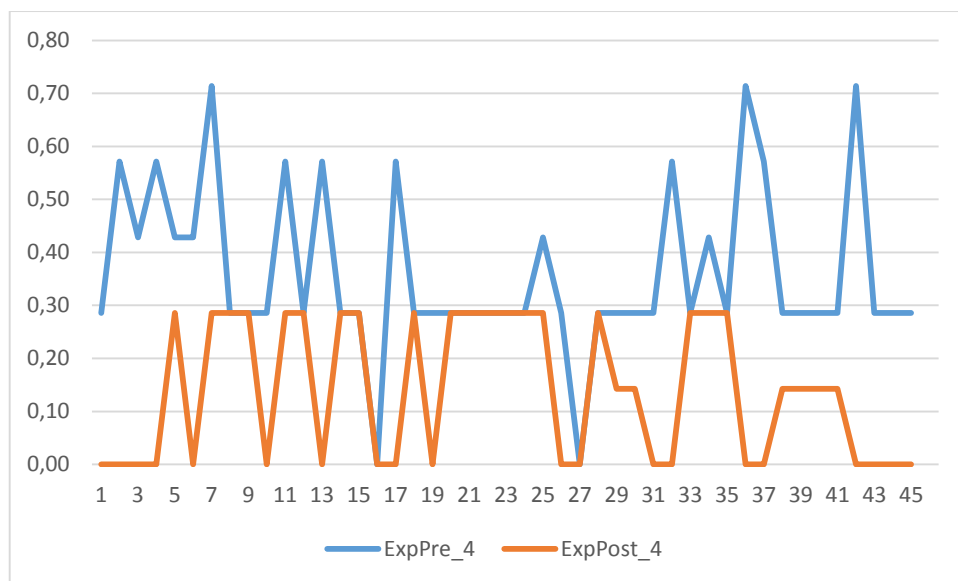


Gráfico 7. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 4.

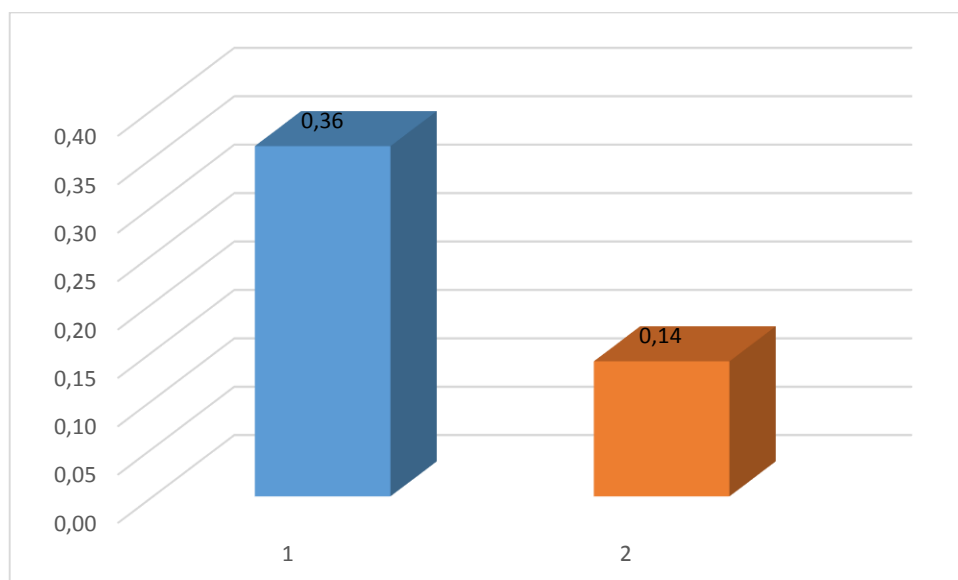


Gráfico 8. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

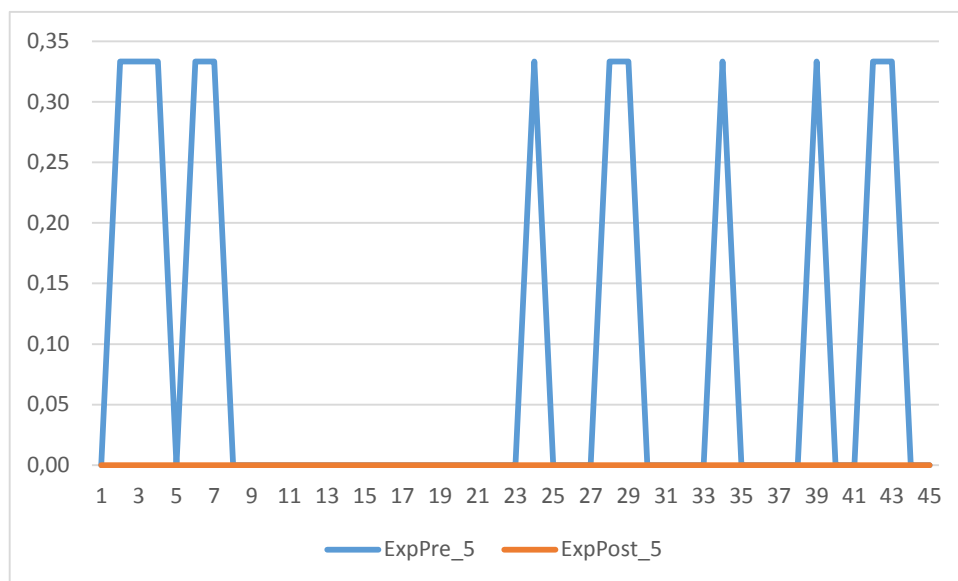


Gráfico 9. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 5.

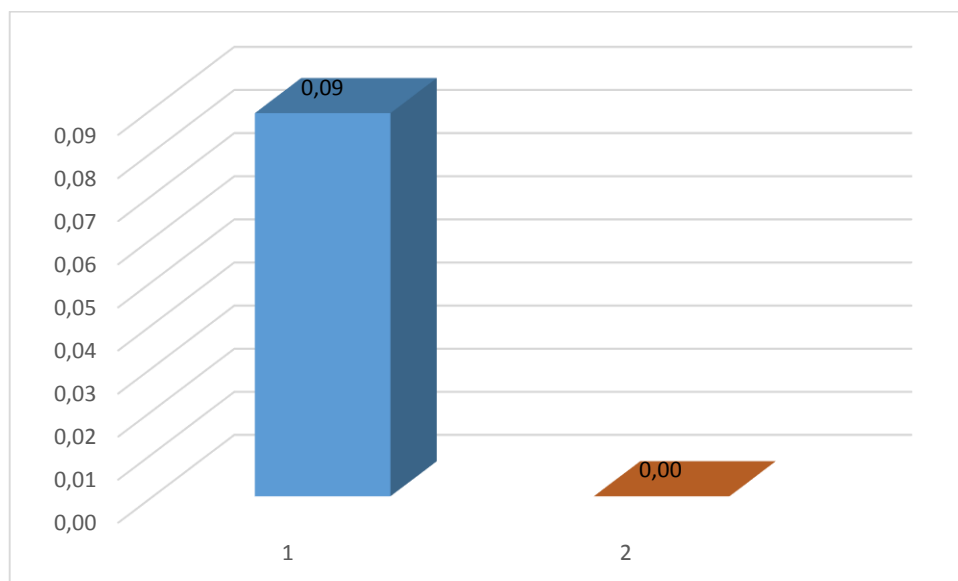


Gráfico 10. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

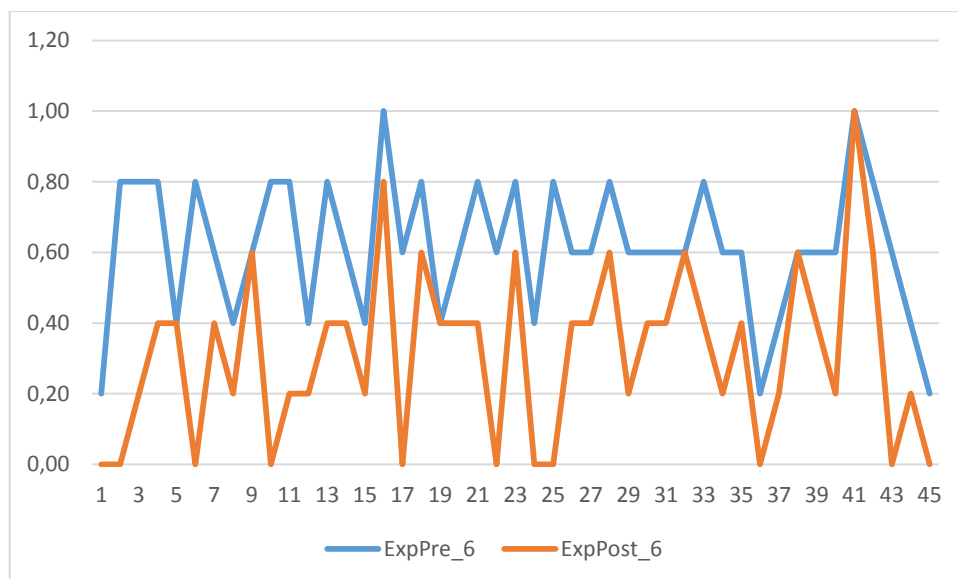


Gráfico 11. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 6.

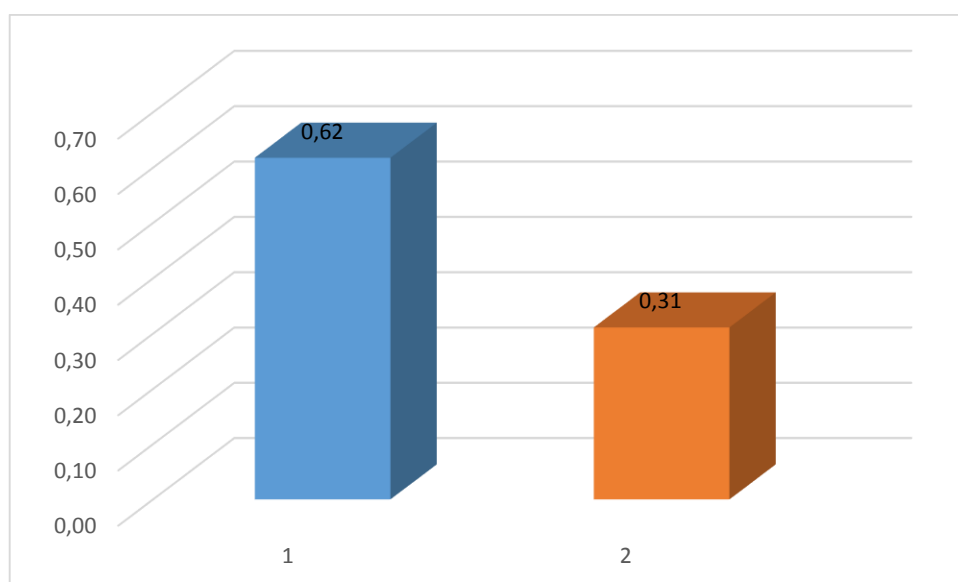


Gráfico 12. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

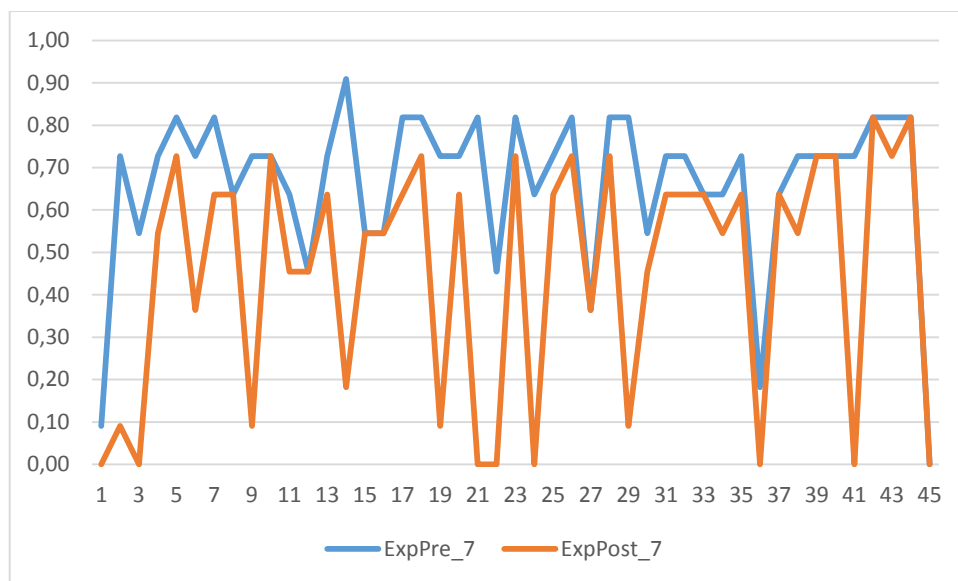


Gráfico 13. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 7.

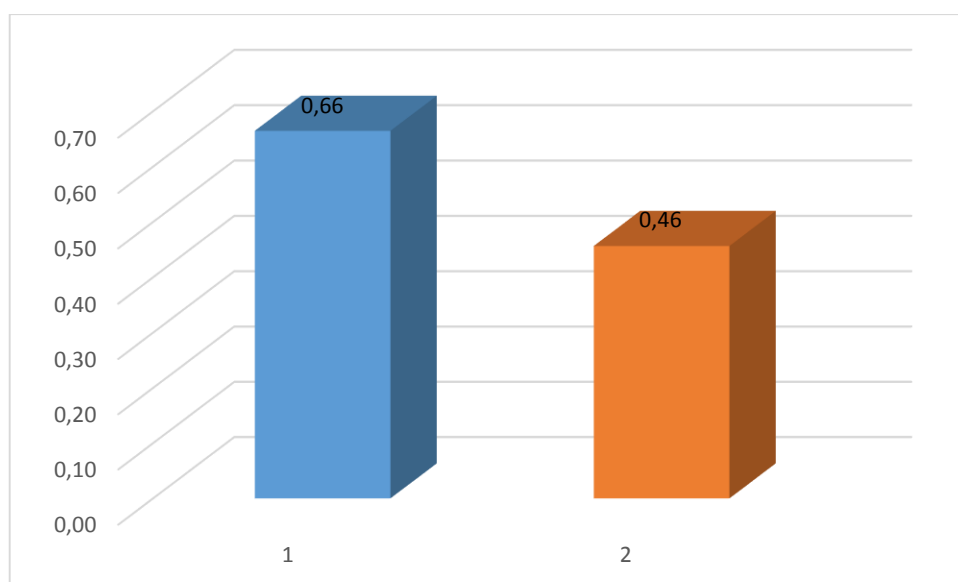


Gráfico 14. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

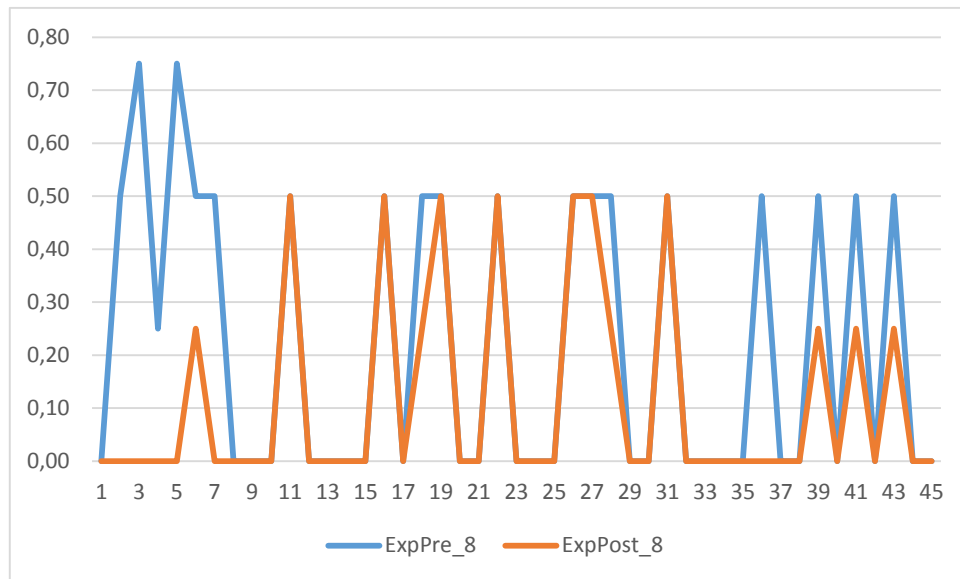


Gráfico 15. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo experimental en la pregunta 8.

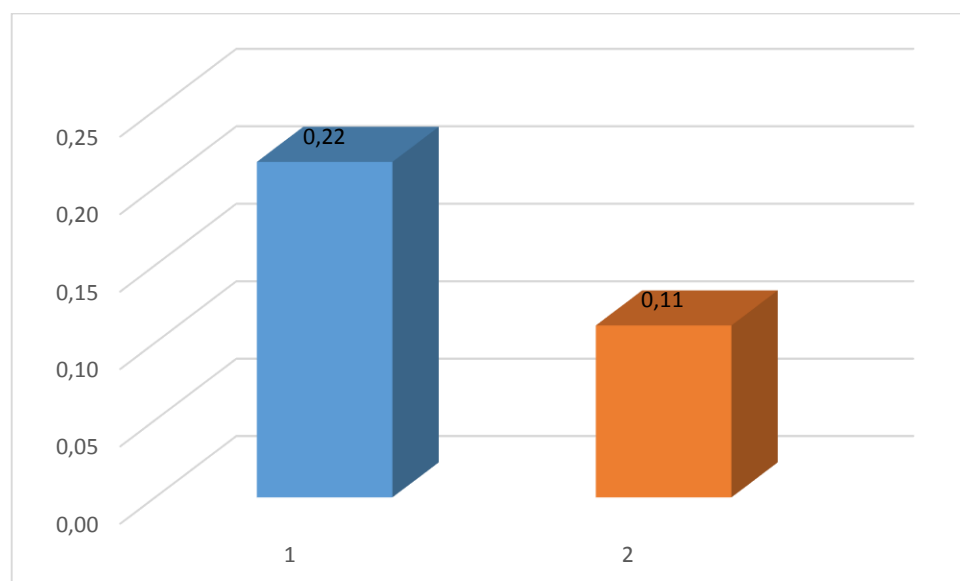


Gráfico 16. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

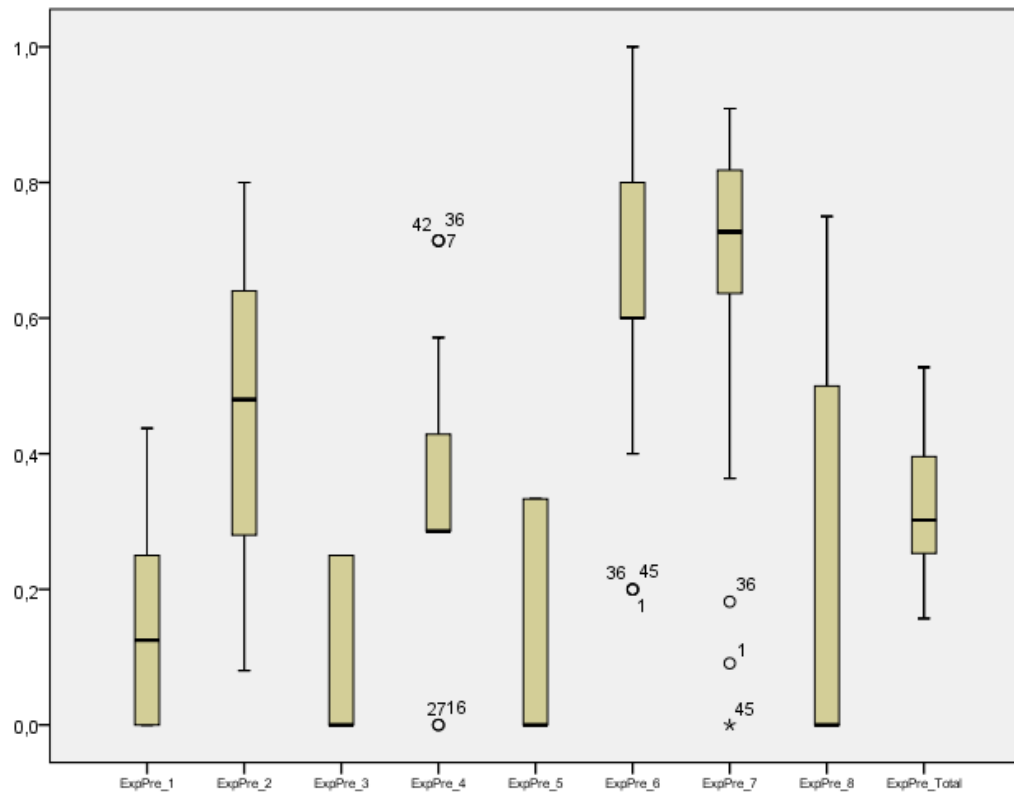


Gráfico 17. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo experimental pre-test.

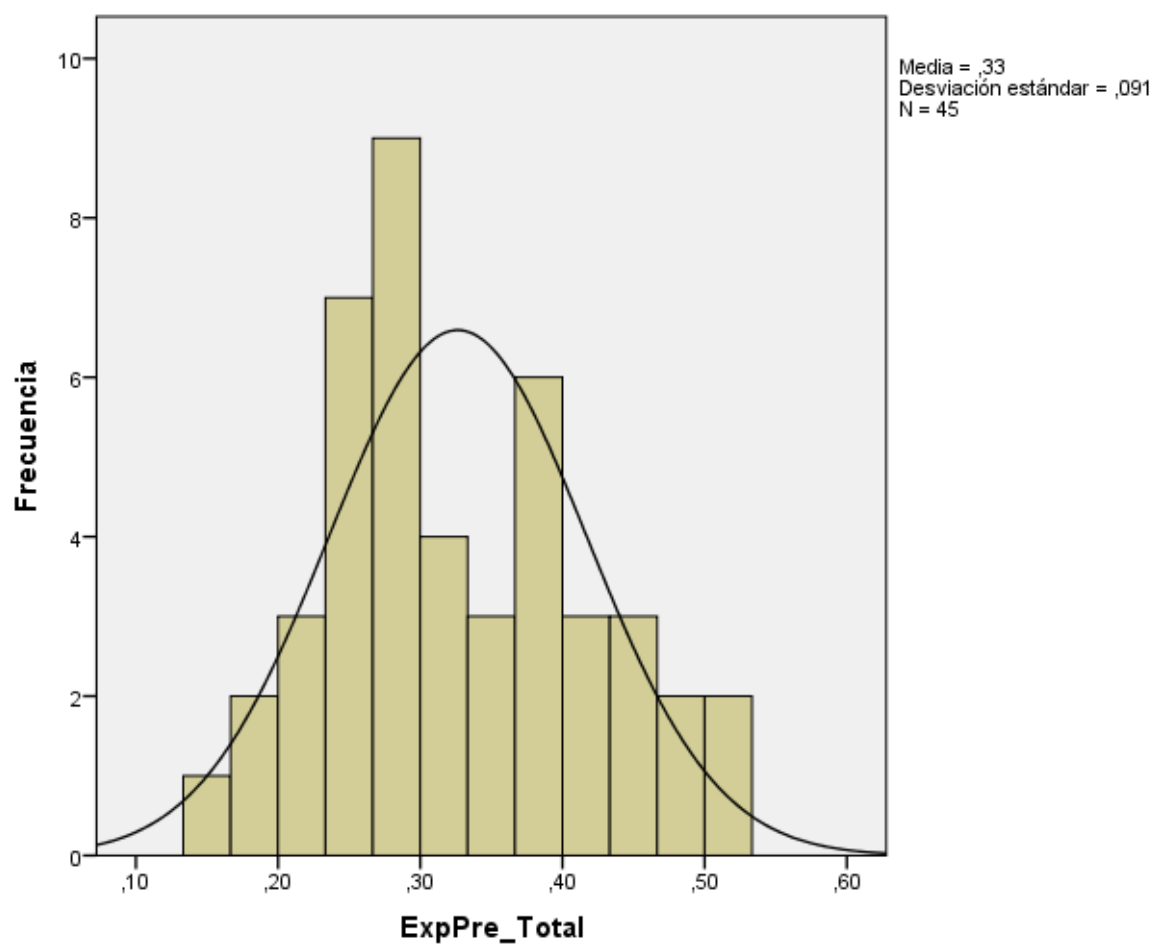


Gráfico 18. Distribución muestral de la media total del grupo experimental pre-test, comparada con su distribución normal correspondiente.

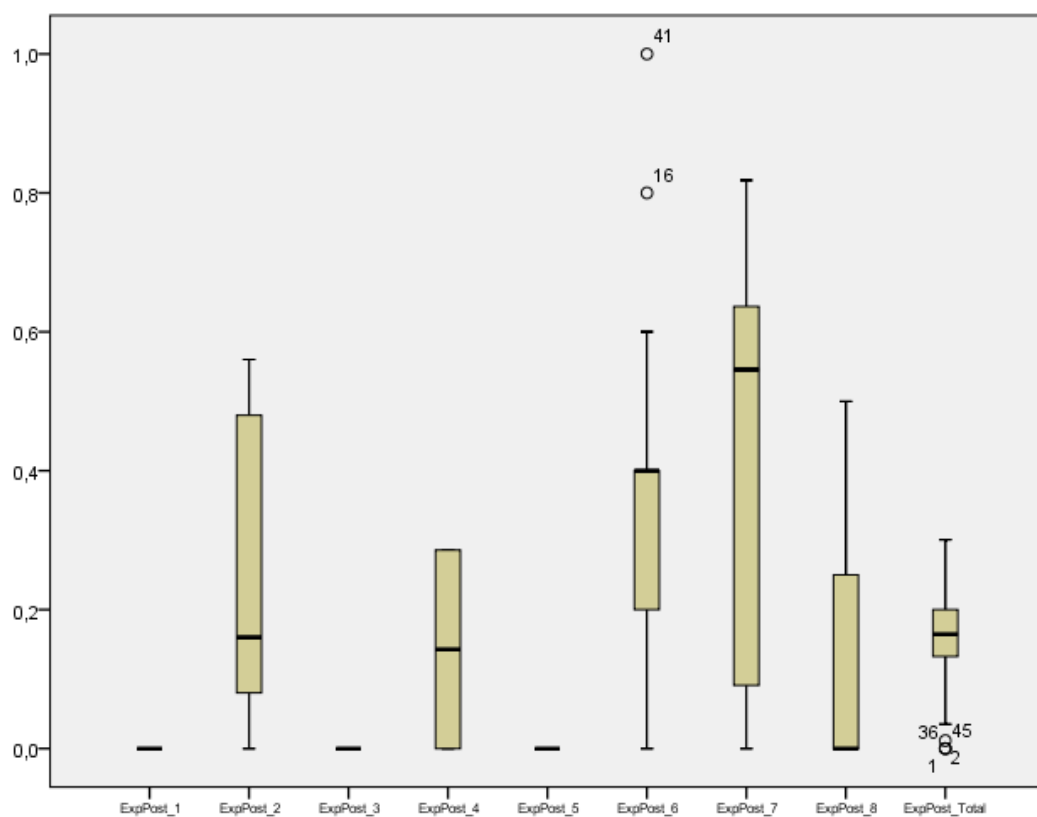


Gráfico 19. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo experimental post-test.

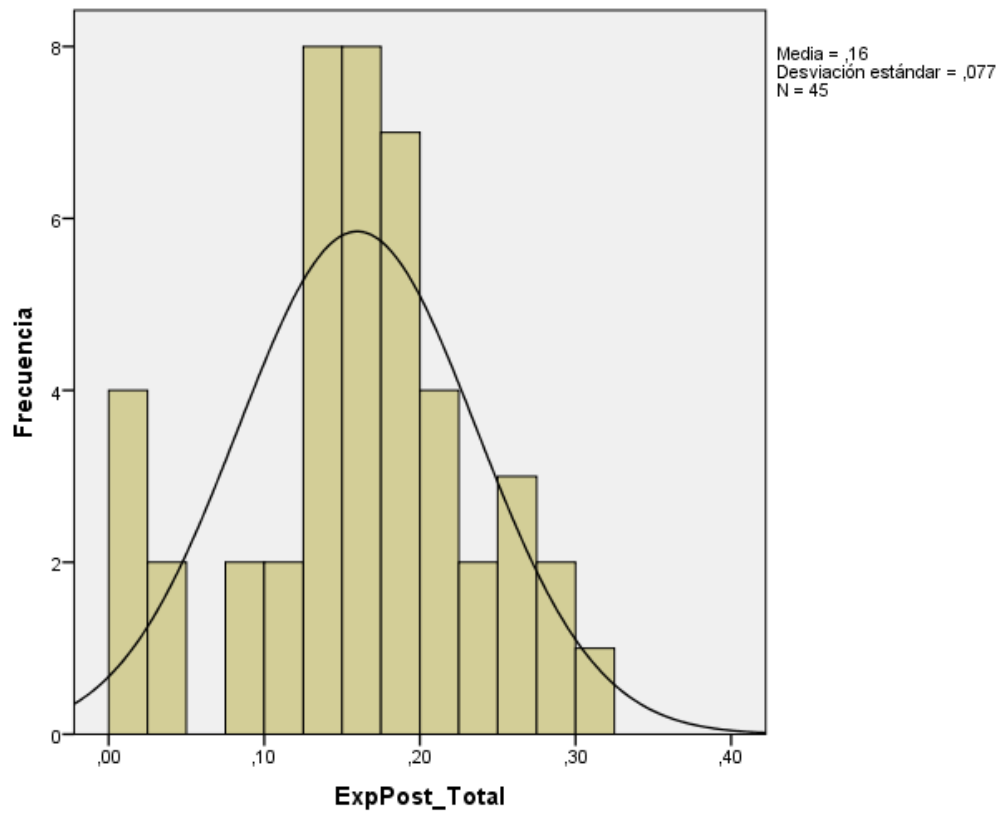


Gráfico 20. Distribución muestral de la media total del grupo experimental post-test, comparada con su distribución normal correspondiente.

5.2. Prueba T de student para muestras relacionadas. Grupo Control.

Tabla 4

Estadísticas de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test

		Media	N	Desviación estándar	Media de error estándar
Par 1	ContPre_1	,2278	45	,16054	,02393
	ContPost_1	,1069	45	,13759	,02051
Par 2	ContPre_2	,4489	45	,21774	,03246
	ContPost_2	,2996	45	,20318	,03029
Par 3	ContPre_3	,1111	45	,13647	,02034
	ContPost_3	,0444	45	,11038	,01645
Par 4	ContPre_4	,2889	45	,17625	,02627
	ContPost_4	,3460	45	,16539	,02466
Par 5	ContPre_5	,0889	45	,14907	,02222
	ContPost_5	,0741	45	,14015	,02089
Par 6	ContPre_6	,5822	45	,22083	,03292
	ContPost_6	,5689	45	,19048	,02840
Par 7	ContPre_7	,6162	45	,20502	,03056
	ContPost_7	,6141	45	,15157	,02259
Par 8	ContPre_8	,2056	45	,26268	,03916
	ContPost_8	,1556	45	,23409	,03490

Tabla 5
Correlaciones de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test

		N	Correlación	Sig.
Par 1	ContPre_1 y ContPost_1	45	,351	,018
Par 2	ContPre_2 y ContPost_2	45	,760	,000
Par 3	ContPre_3 y ContPost_3	45	,231	,128
Par 4	ContPre_4 y ContPost_4	45	,646	,000
Par 5	ContPre_5 y ContPost_5	45	,766	,000
Par 6	ContPre_6 y ContPost_6	45	,635	,000
Par 7	ContPre_7 y ContPost_7	45	,686	,000
Par 8	ContPre_8 y ContPost_8	45	,669	,000

Tabla 6
Prueba de muestras emparejadas para el Grupo Control Pre-test-Post-test

		Diferencias emparejadas					Sig.	
				95% de intervalo de confianza de la		t	gl	(bilateral)
		Media	Desviación estándar	Medio de error estándar	diferencia			
					Inferior Superior			
Par 1	ContPre_1 - ContPost_1	,12083	,17085	,02547	,06950 ,17216	4,744	44	,000
Par 2	ContPre_2 - ContPost_2	,14933	,14657	,02185	,10530 ,19337	6,835	44	,000
Par 3	ContPre_3 - ContPost_3	,06667	,15448	,02303	,02026 ,11308	2,895	44	,006
Par 4	ContPre_4 - ContPost_4	- ,05714	,14415	,02149	-,10045 -,01384	-2,659	44	,011
Par 5	ContPre_5 - ContPost_5	,01481	,09938	,01481	-,01504 ,04467	1,000	44	,323
Par 6	ContPre_6 - ContPost_6	,01333	,17787	,02651	-,04010 ,06677	,503	44	,618
Par 7	ContPre_7 - ContPost_7	,00202	,14949	,02228	-,04289 ,04693	,091	44	,928
Par 8	ContPre_8 - ContPost_8	,05000	,20366	,03036	-,01119 ,11119	1,647	44	,107

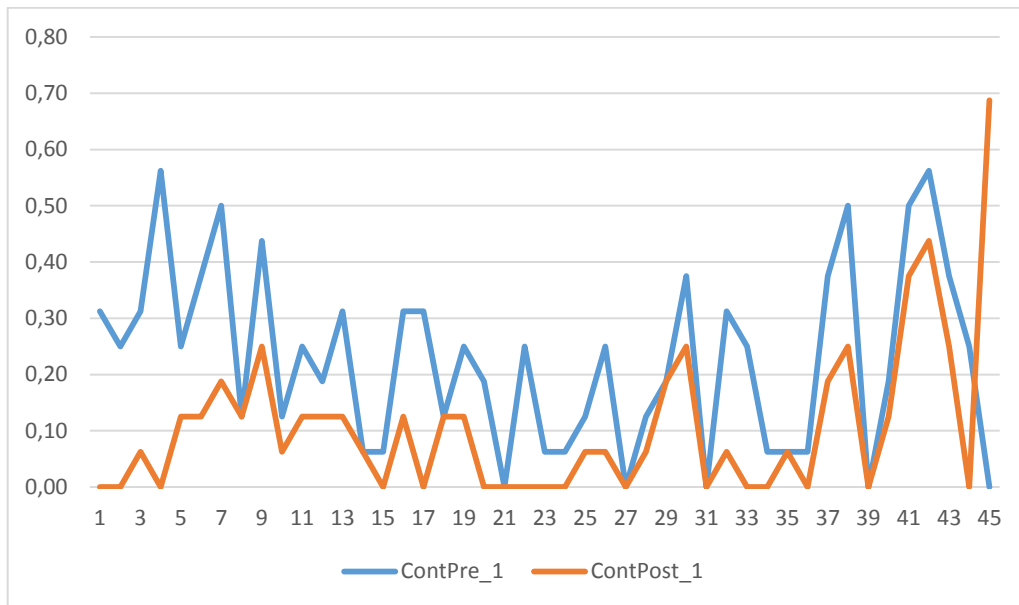


Gráfico 21. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 1.

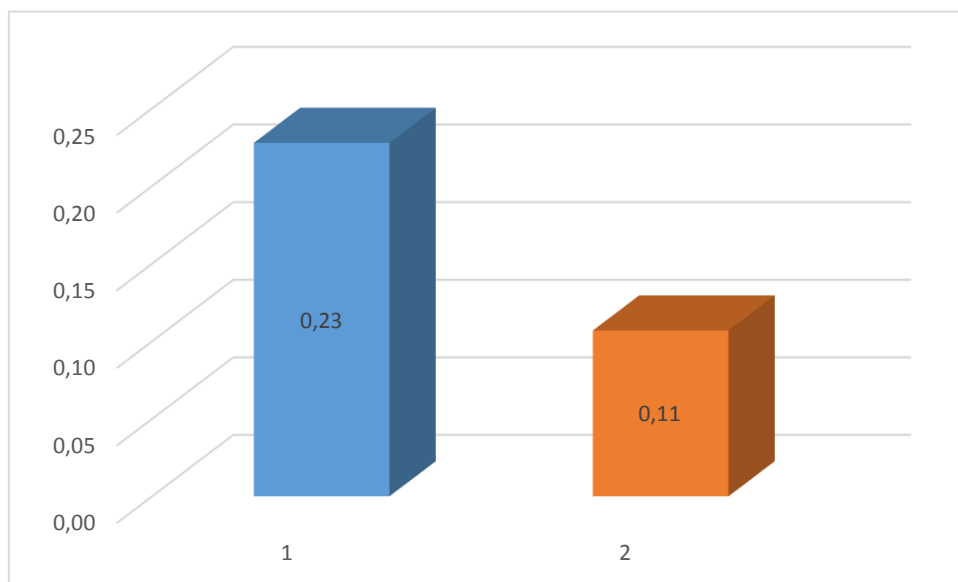


Gráfico 22. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo control en el Pre-test y Post-test.

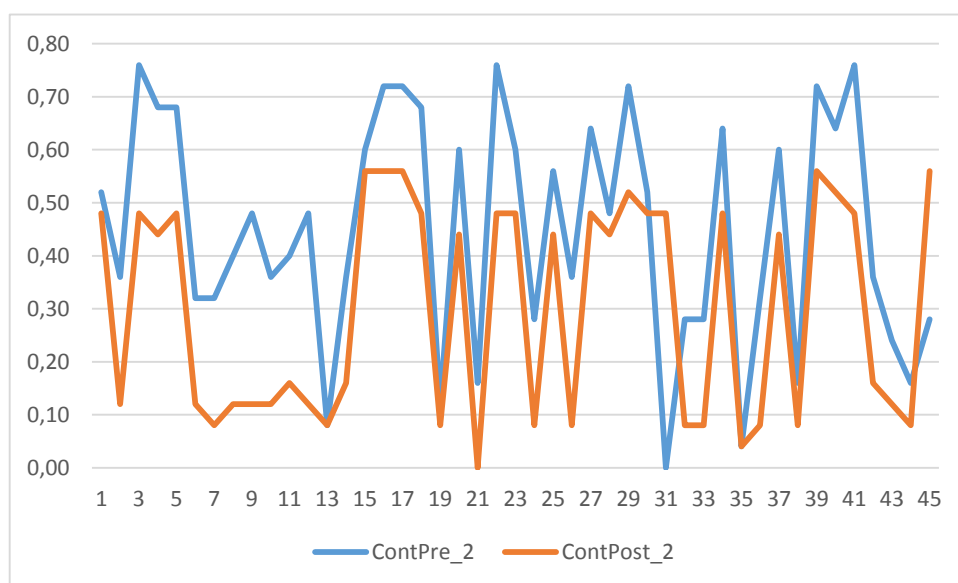


Gráfico 23. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 2.

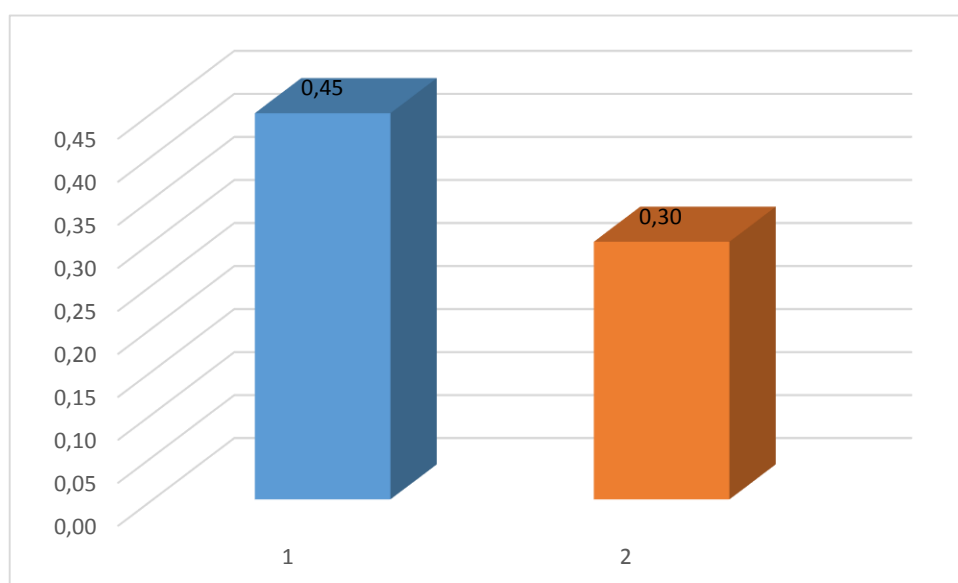


Gráfico 24. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo control en el Pre-test y Post-test.

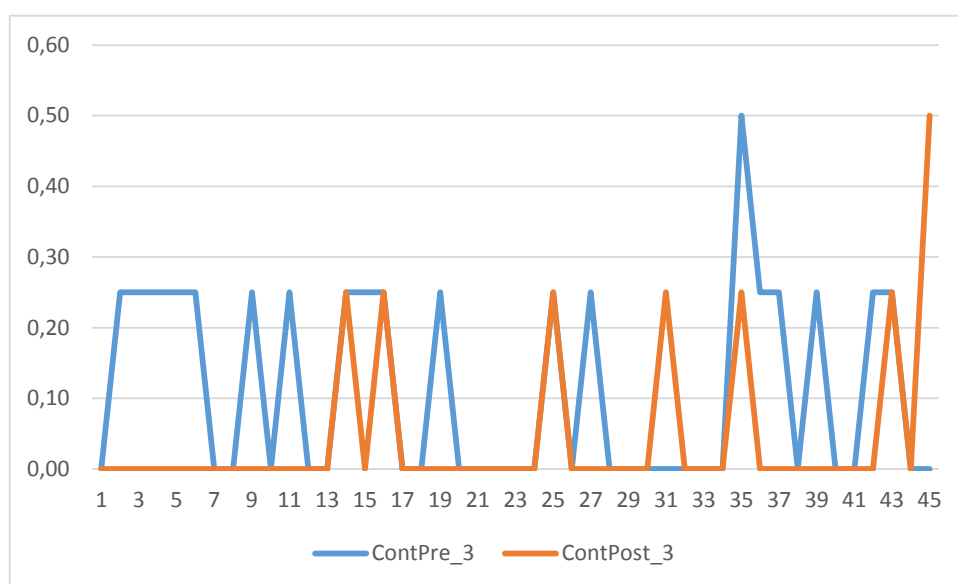


Gráfico 25. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 3.

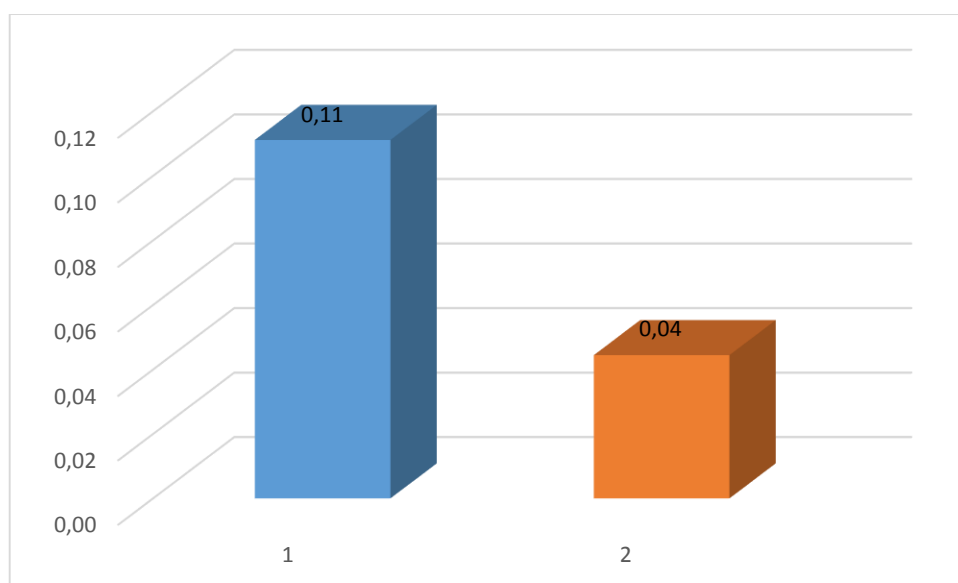


Gráfico 26. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo control en el Pre-test y Post-test.

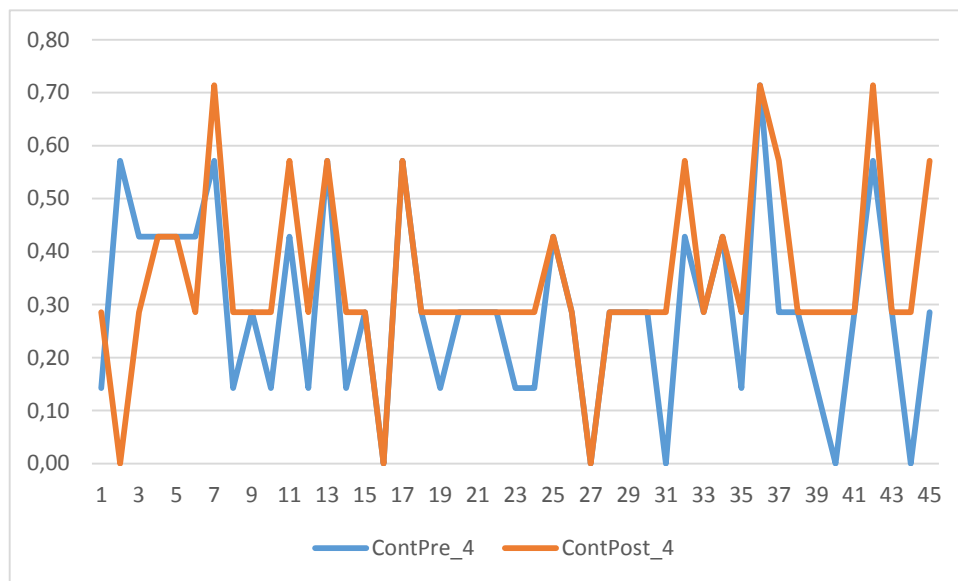


Gráfico 27. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 4.

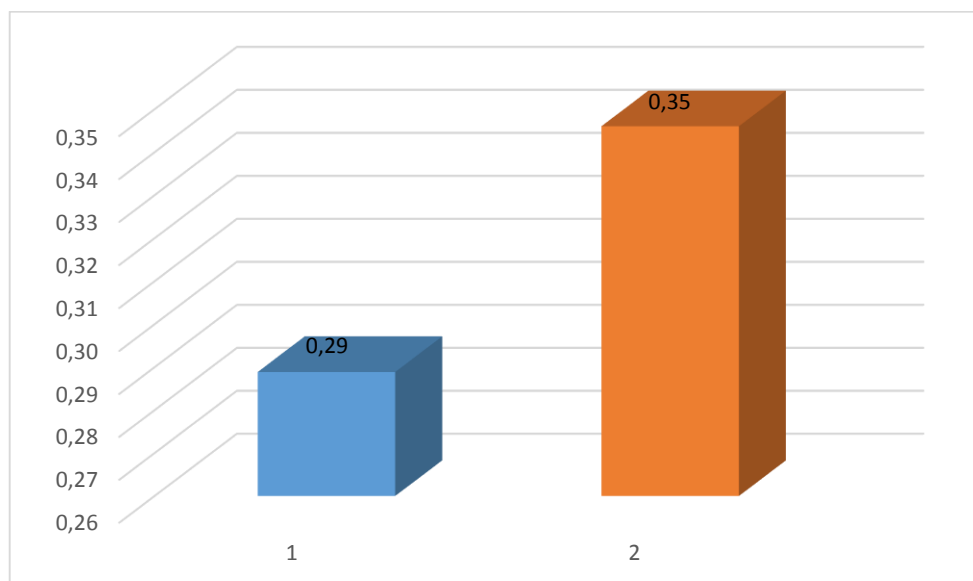


Gráfico 28. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo control en el Pre-test y Post-test.

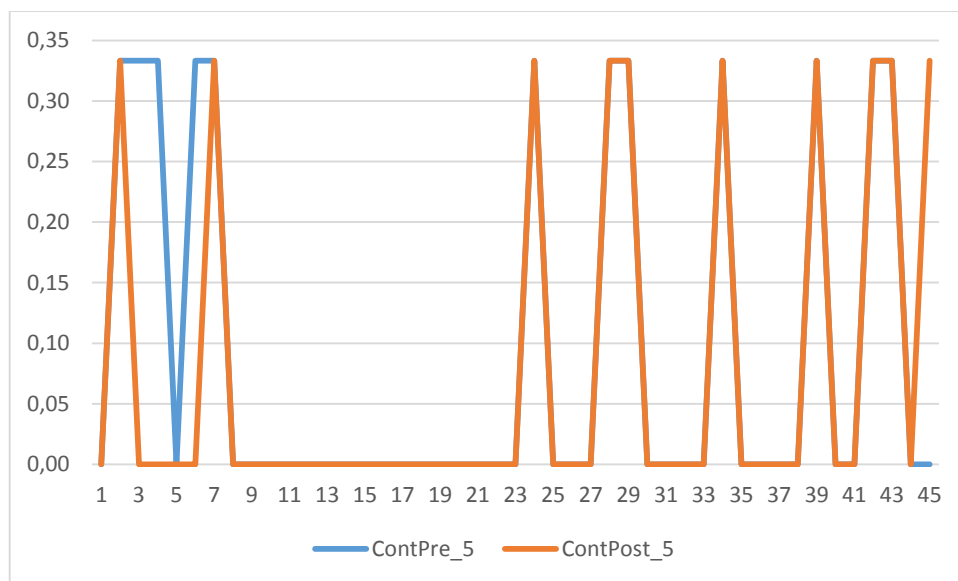


Gráfico 29. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 5.

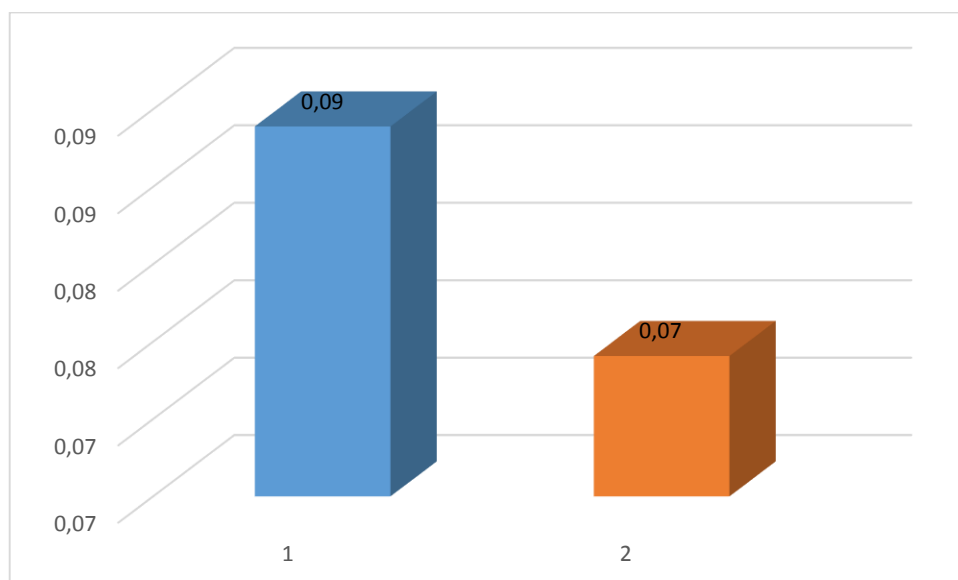


Gráfico 30. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

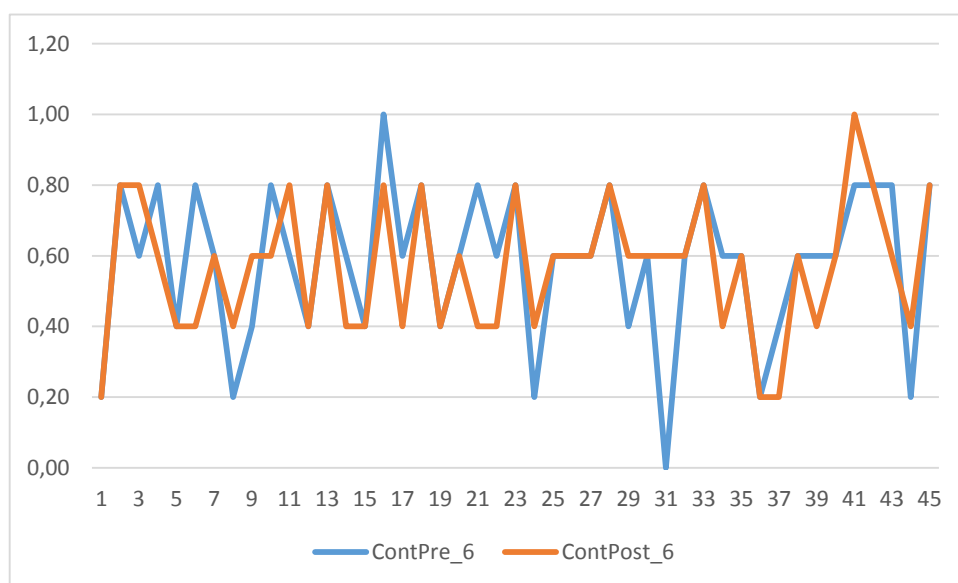


Gráfico 31. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 6.

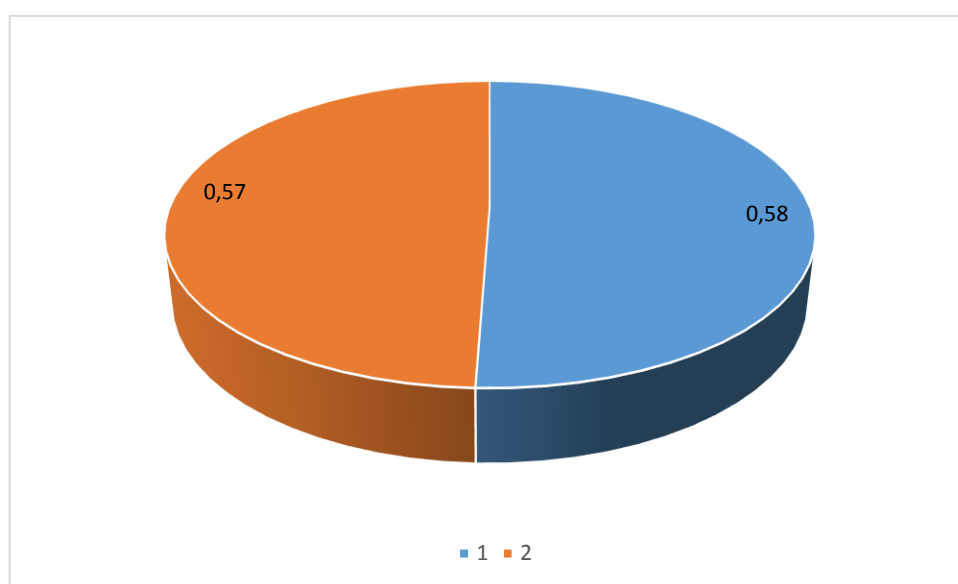


Gráfico 32. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

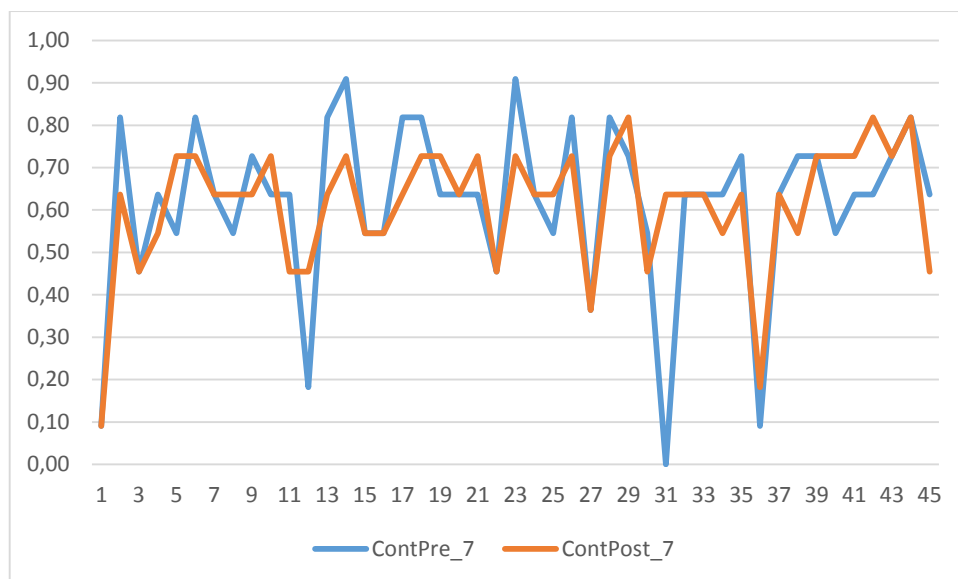


Gráfico 33. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 7.

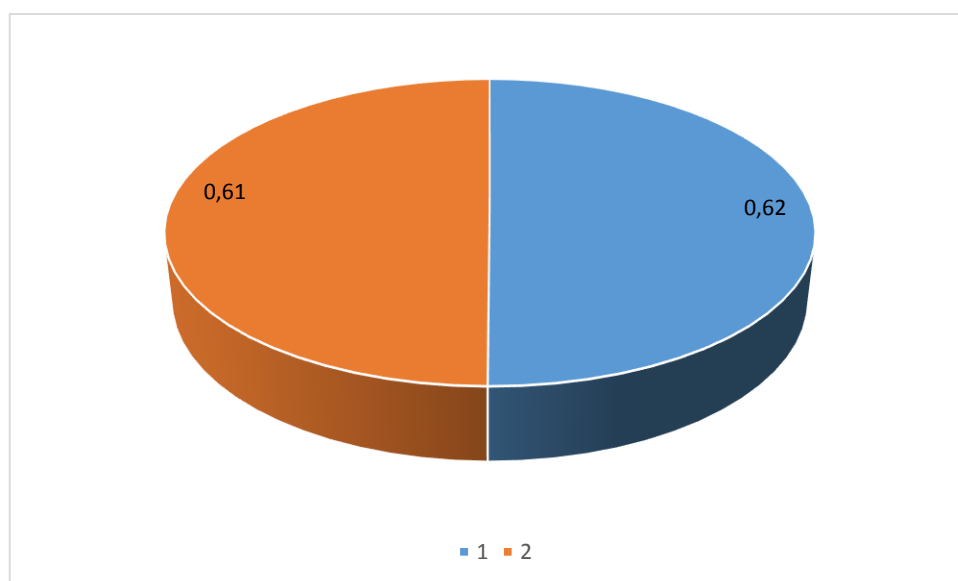


Gráfico 34. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

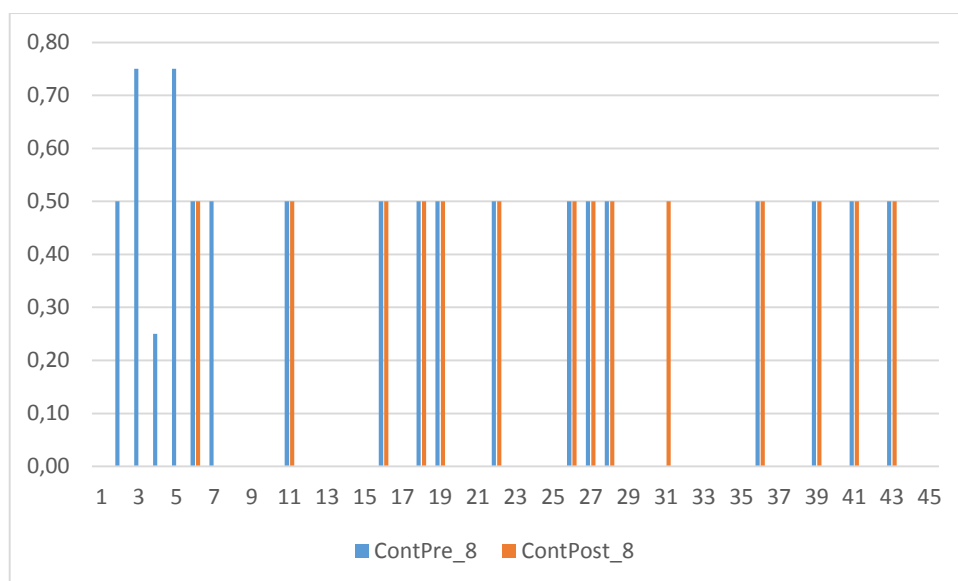


Gráfico 35. Rendimiento por participante en el Pre-test y Post-test del grupo control en la pregunta 8.

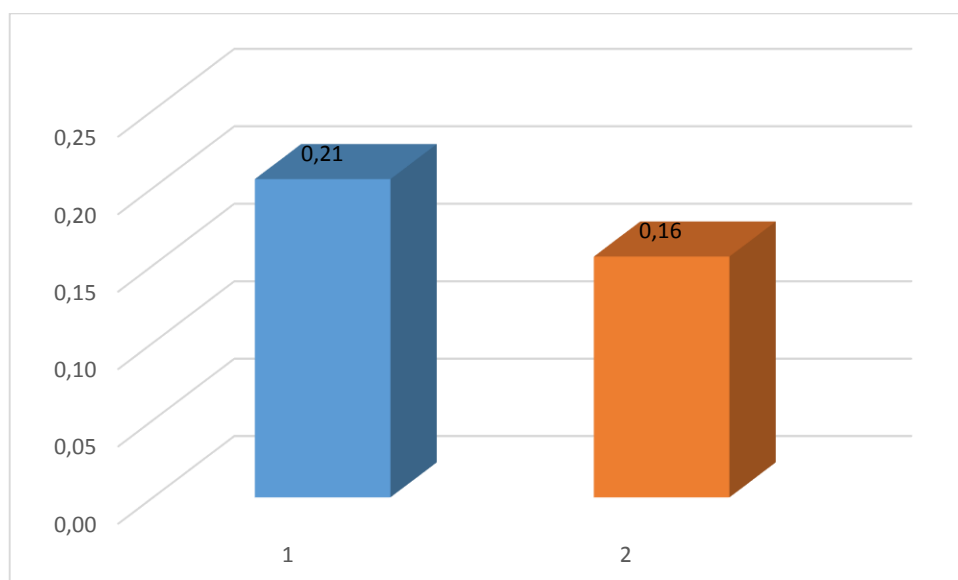


Gráfico 36. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental en el Pre-test y Post-test.

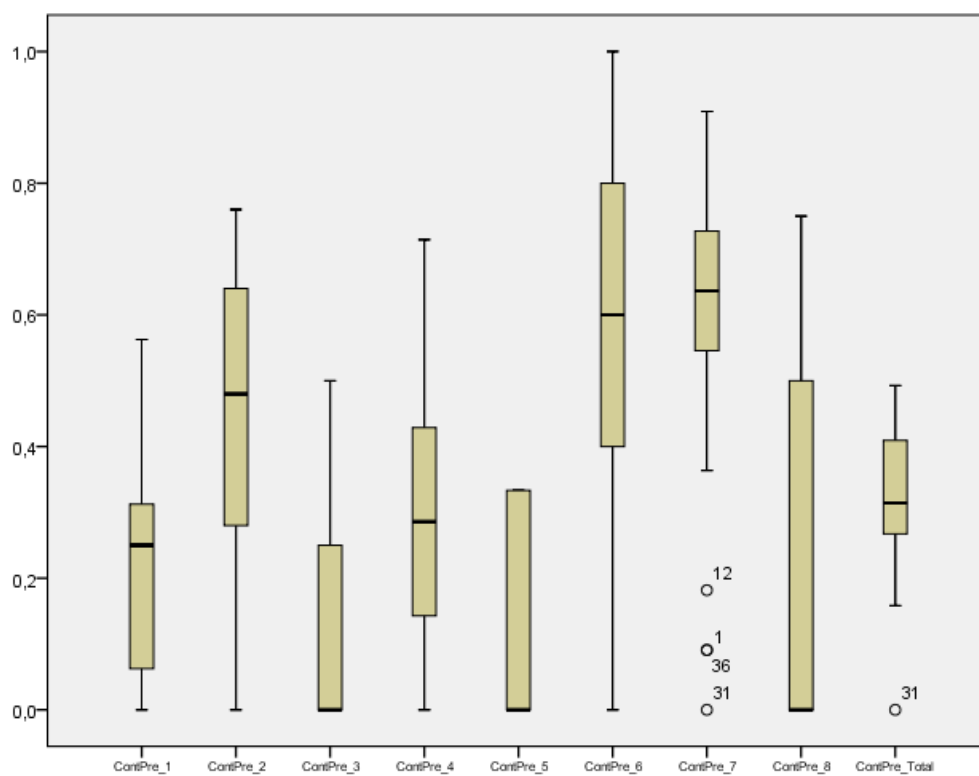


Gráfico 37. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo de control pre-test.

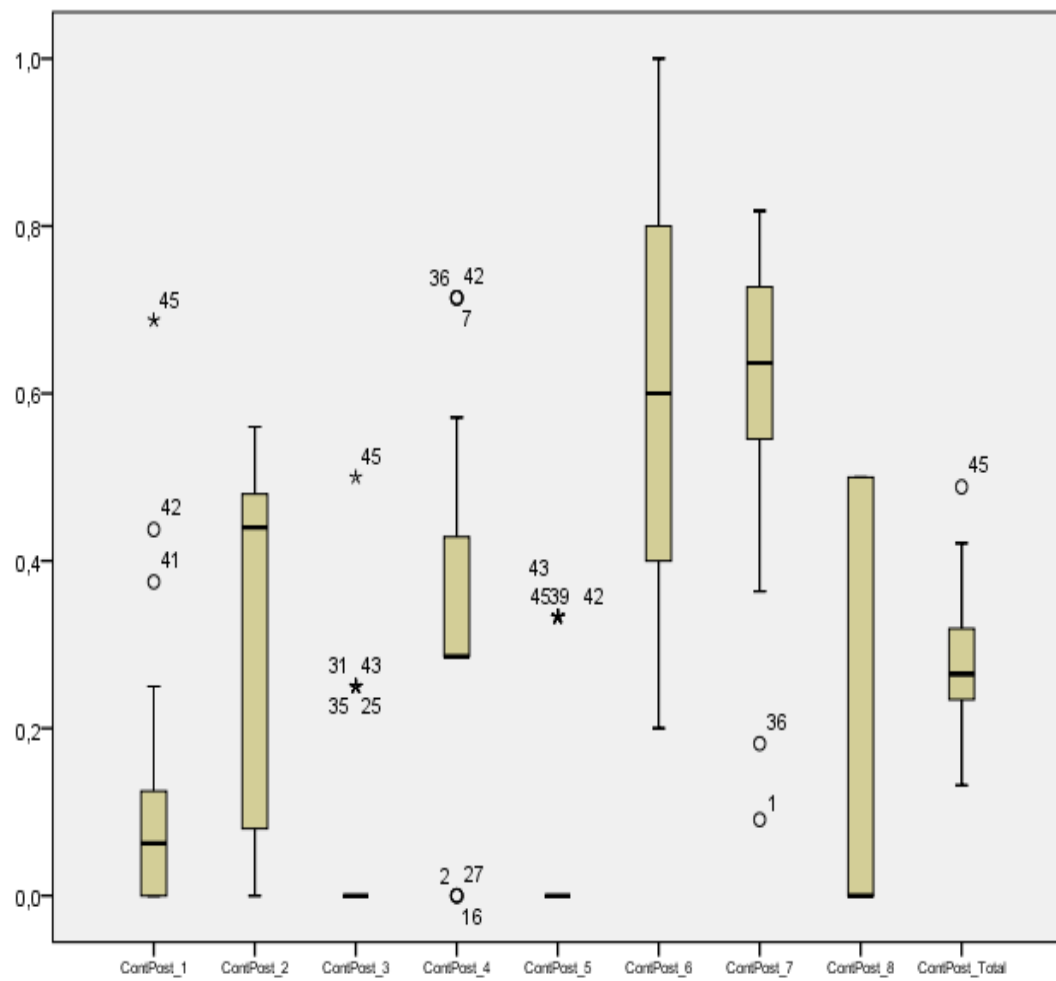


Gráfico 38. Diagramas de cajas para las medias por pregunta (1-8) y la media total del grupo de control post-test.

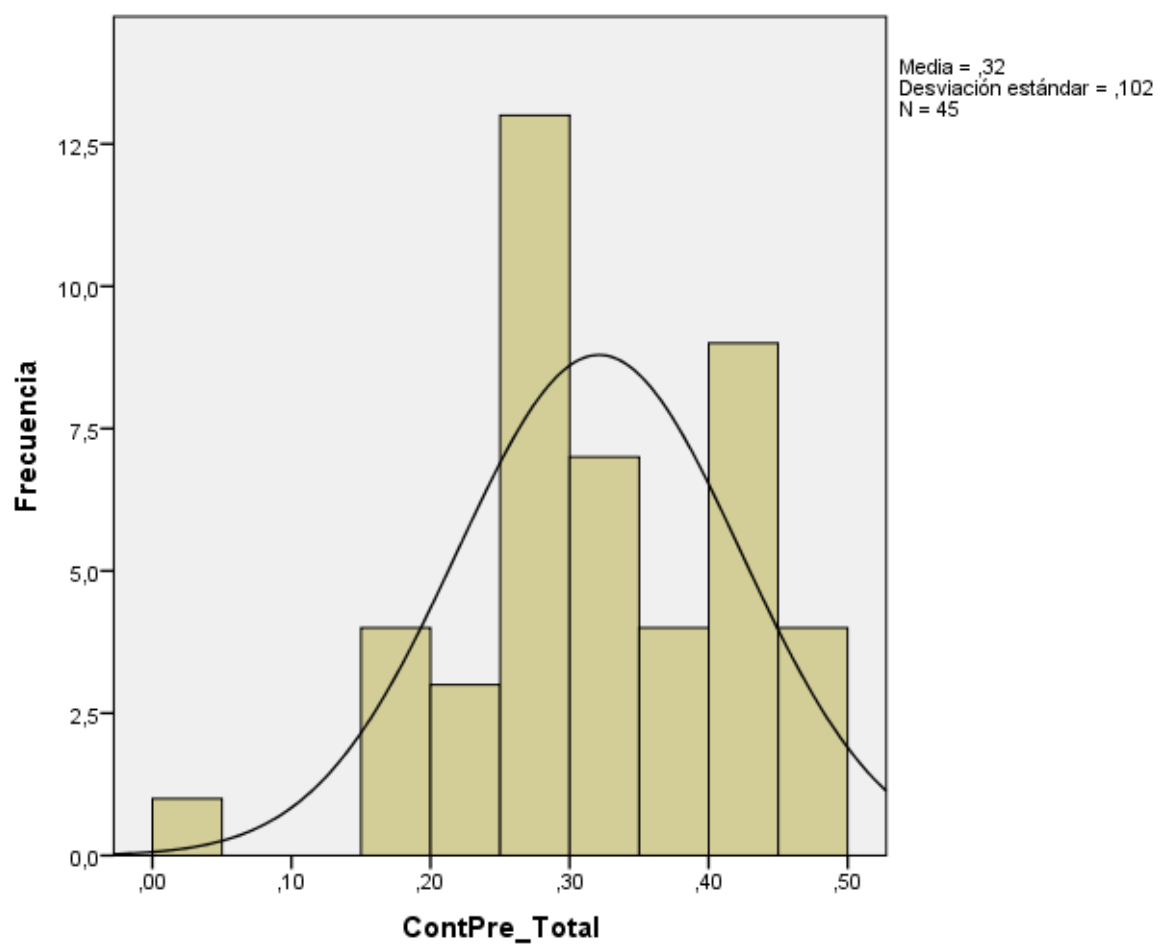


Gráfico 39. Distribución muestral de la media total del grupo de control pre-test, comparada con su distribución normal correspondiente.

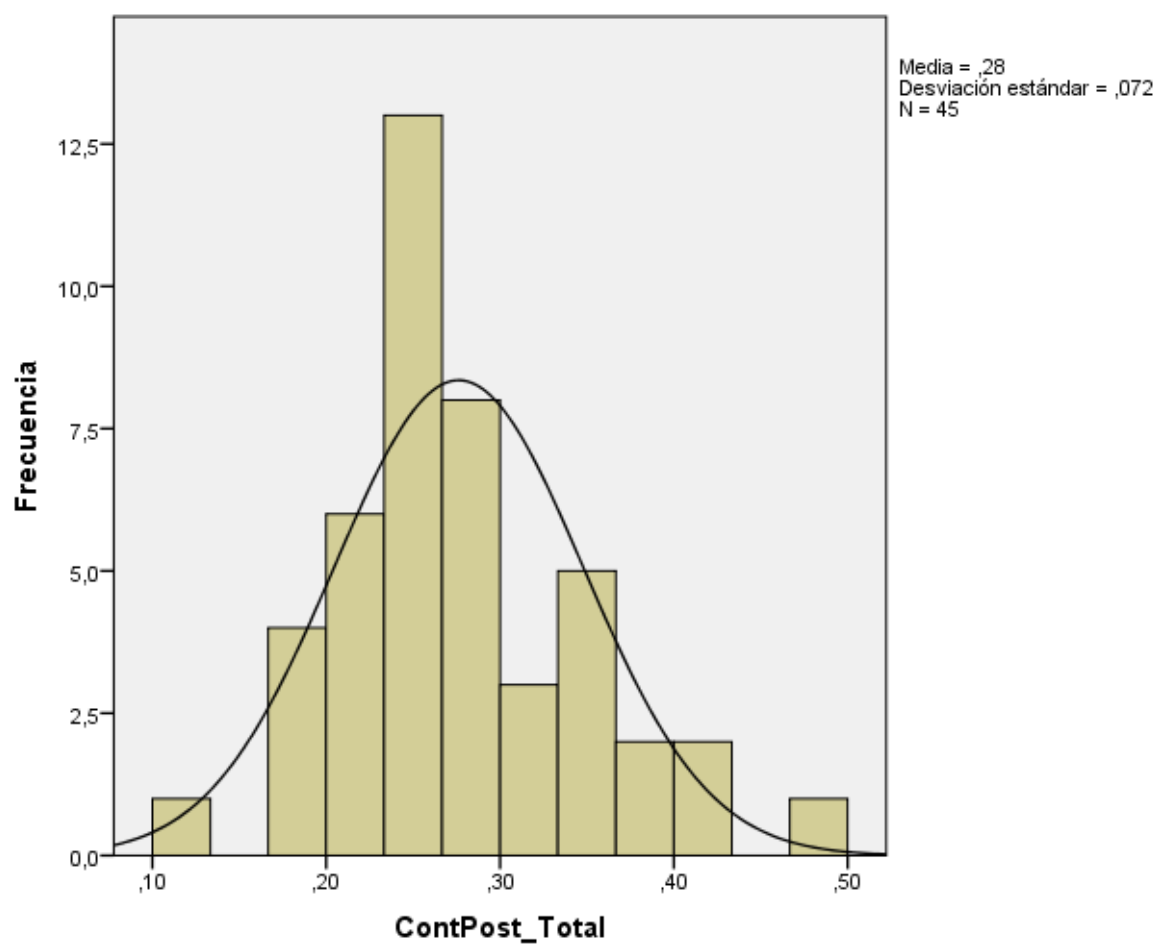


Gráfico 40. . Distribución muestral de la media total del grupo de control post-test, comparada con su distribución normal correspondiente.

5.3. Relación entre el grupo Experimental y el Grupo Control.

Hemos supuesto que la gente del grupo experimental pre-test y experimental post-test son los mismos. Entonces:

- La correlación de las medias de estos grupos es 0.285 (No muy alta, así que no hay relación lineal entre ellas)
- El contraste de hipótesis con H_0 : media_pre = media_post tiene un p-valor de 0 (Sig. bilateral en la tabla). **Esto quiere decir que hay evidencia estadística de que las medias del grupo experimental antes y después de hacer el test son diferentes.**

Tabla 7
Correlaciones de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test

		N	Correlación	Sig.
Par 1	ExpPre_Total y ExpPost_Total	45	,285	,058

Tabla 8
Correlaciones de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test

		Diferencias emparejadas			
					95% de intervalo de confianza de la diferencia
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior
Par 1	ExpPre_Total - ExpPost_Total	,16663	,10077	,01502	,13635

Tabla 9
Prueba de muestras emparejadas de las medias del Grupo Experimental del Pre-test-Post-test

		Diferencias emparejadas			
		95% de intervalo de confianza de la diferencia			
		Superior	t	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	ExpPre_Total - ExpPost_Total	,19690	11,092	44	,000

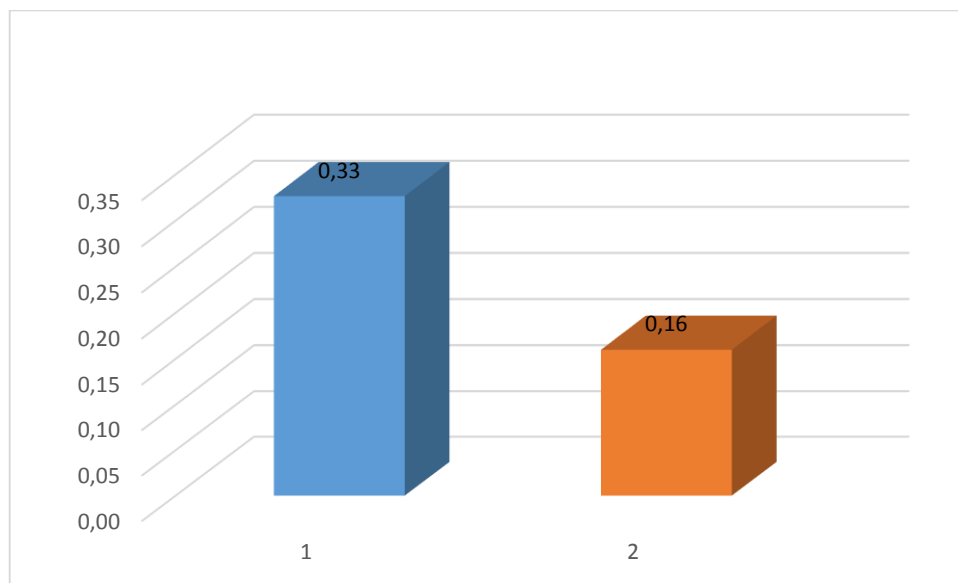


Gráfico 41. Rendimiento medio del grupo experimental en el Pre-test y Post-test

Hemos supuesto que la gente del grupo de control pre-test y control post-test son los mismos. Entonces:

- La correlación de las medias de estos grupos es 0.405 (No está claro si hay o no relación lineal entre ellas)
- El contraste de hipótesis con H_0 : media_pre = media_post tiene un p-valor de 0.004 (Sig. bilateral en la tabla). Como estamos usando un nivel de significación de 0.05, **esto quiere decir que hay evidencia estadística de que las medias para el grupo de control antes y después de hacer el test son diferentes.**

Tabla 10

Correlación de las muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test

		N	Correlación	Sig.
Par 1	ContPre_Total y ContPost_Total	45	,405	,006

Tabla 11

Prueba de muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test

		Diferencias emparejadas			
					95% de intervalo de confianza de la diferencia
		Media	Desviación estándar	Media de error estándar	Inferior
Par 1	ContPre_Total ContPost_Total	-,04498	,09813	,01463	,01550

Tabla 12
Prueba de muestras emparejadas para las medias del Grupo Control Pre-test-Post-test

		Diferencias emparejadas			
		95% de intervalo de confianza de la diferencia			
		Superior	t	gl	Sig. (bilateral)
Par 1	ContPre_Total ContPost_Total	-,07446	3,075	44	,004

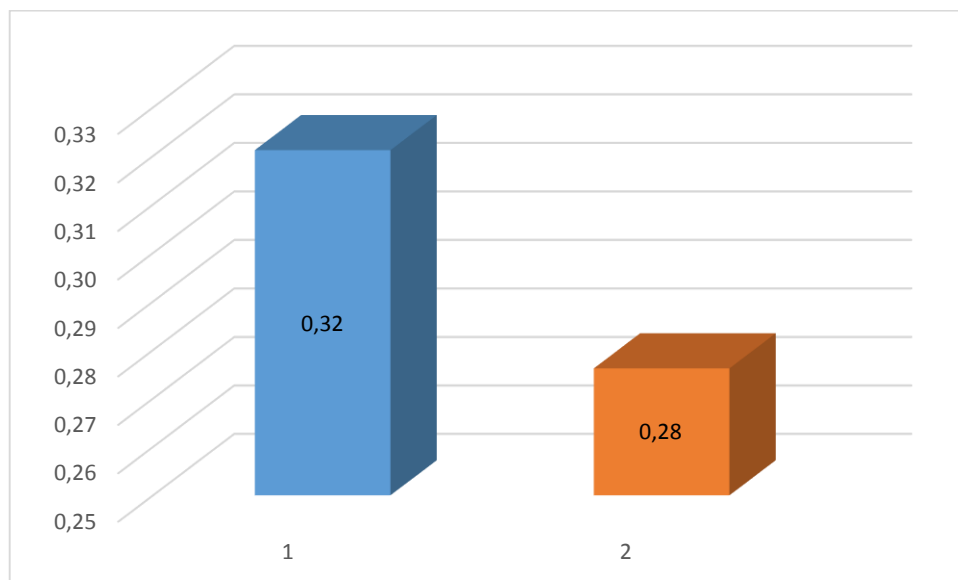


Gráfico 42. Rendimiento medio del grupo control en el Pre-test y Post-test.

Hemos supuesto que la gente del grupo experimental pre-test y control pre-test son personas distintas. Entonces:

- El contraste de hipótesis con H_0 : $\text{media_exp} = \text{media_cont}$ tiene un p-valor de 0.799 (Sig. bilateral en la tabla). **Esto quiere decir que hay evidencia estadística de que las medias para los dos grupos antes de hacer el test son iguales.**

Tabla 13

Prueba de muestras independientes de las medias del Grupo Experimental-Control en el Pre-test

				Prueba de Levene de calidad de prueba t para la varianzas igualdad de medias			
				F	Sig.	t	gl
Pre	Se asumen varianzas iguales			,078	,781	,255	88
	No se asumen varianzas iguales					,255	86,814

Tabla 14

Prueba de muestras independientes de las medias del Grupo Experimental-Control en el Pre-test

				prueba t para la igualdad de medias			
				Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia
							Inferior
Pre	Se asumen varianzas iguales			,799	,00519	,02036	-,03527
	No se asumen varianzas iguales			,799	,00519	,02036	-,03528

Tabla 15
Prueba de muestras independiente de las medias del Grupo Experimental-Control
en el Pre-test

		prueba t para la igualdad de medias
		95% de intervalo de confianza de la diferencia
		Superior
Pre	Se asumen varianzas iguales	,04566
	No se asumen varianzas iguales	,04567

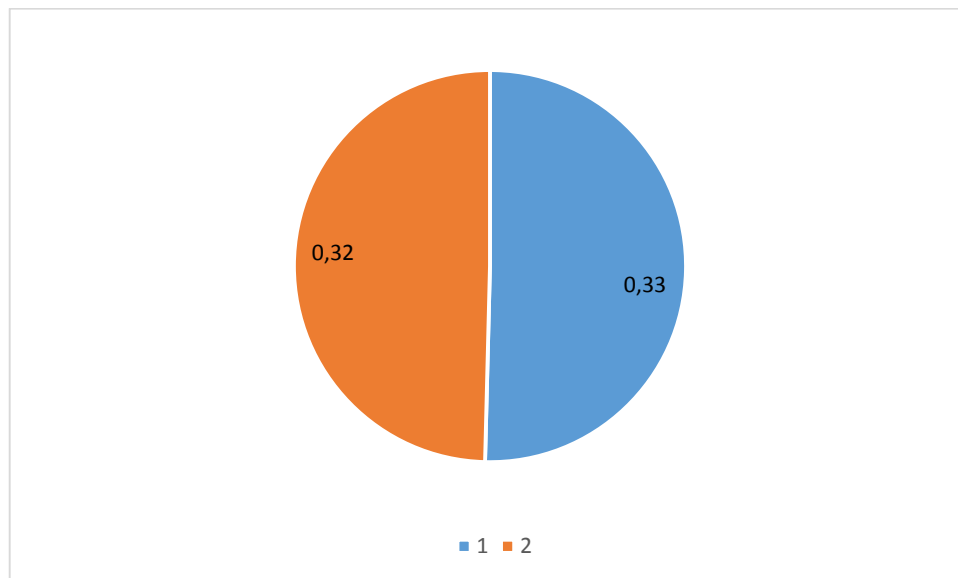


Gráfico 43. Rendimiento medio del grupo experimental y control en el Pre-test.

Hemos supuesto que la gente del grupo experimental post-test y control post-test son personas distintas. Entonces:

- El contraste de hipótesis con H_0 : $\text{media_exp} = \text{media_cont}$ tiene un p-valor de 0 (Sig. bilateral en la tabla). **Esto quiere decir que hay evidencia estadística de que las medias para los dos grupos después de hacer el test son distintas.**

Tabla 16

Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test

		Prueba de Levene de calidad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias	
		F	Sig.	t	Gl
Post	Se asumen varianzas iguales	,108	,744	-7,440	88
	No se asumen varianzas iguales			-7,440	87,594

Tabla 17

Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test

		prueba t para la igualdad de medias			
		Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia
					Inferior
Post	Se asumen varianzas iguales	,000	-,11645	,01565	-,14755
	No se asumen varianzas iguales	,000	-,11645	,01565	-,14756

Tabla 18
Prueba de muestras independientes para la media de los Grupos Experimentas y Control en el Post-test

		prueba t para la igualdad de medias
		95% de intervalo de confianza de la diferencia
		Superior
Post	Se asumen varianzas iguales	-,08535
	No se asumen varianzas iguales	-,08535

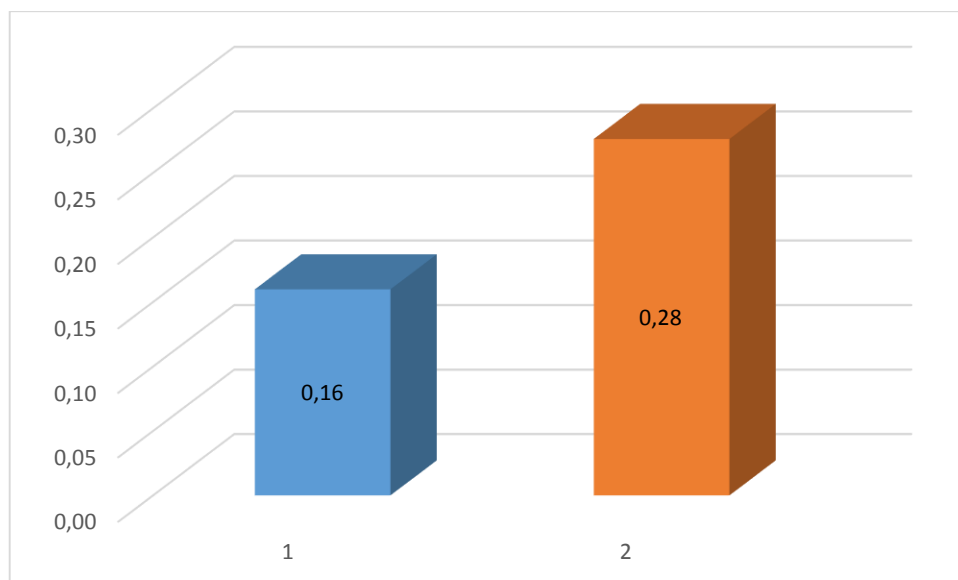


Gráfico 44. Rendimiento medio grupo experimental y control en el Post-test.

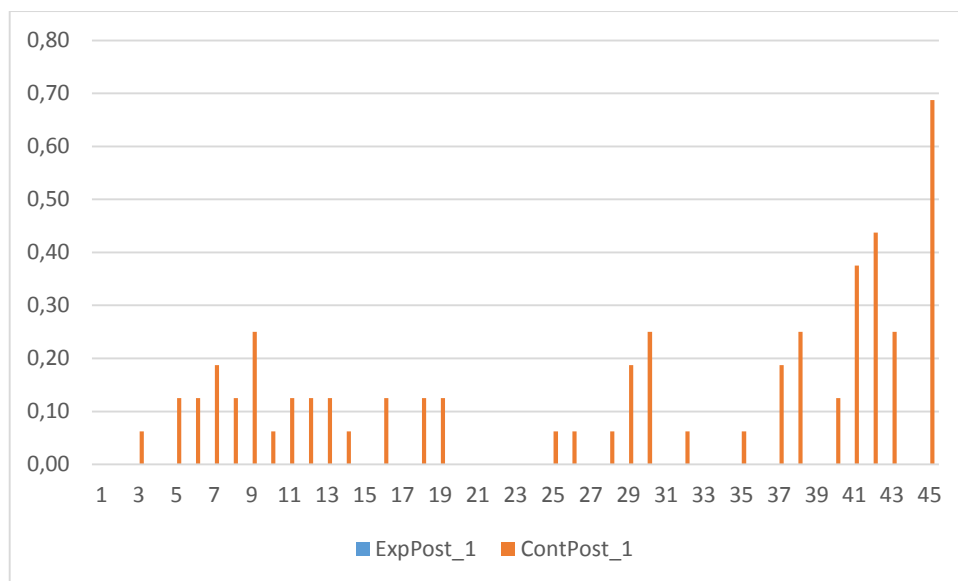


Gráfico 45. Rendimiento de cada participante en la pregunta 1 del grupo experimental y control en el Post-test.

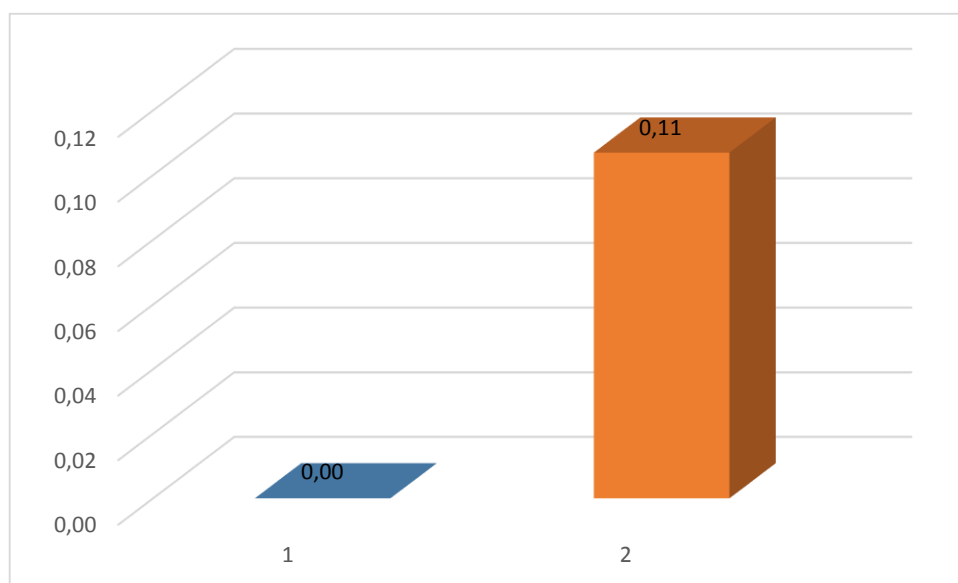


Gráfico 46. Rendimiento medio en la pregunta 1 del grupo experimental y control en el Post-test.

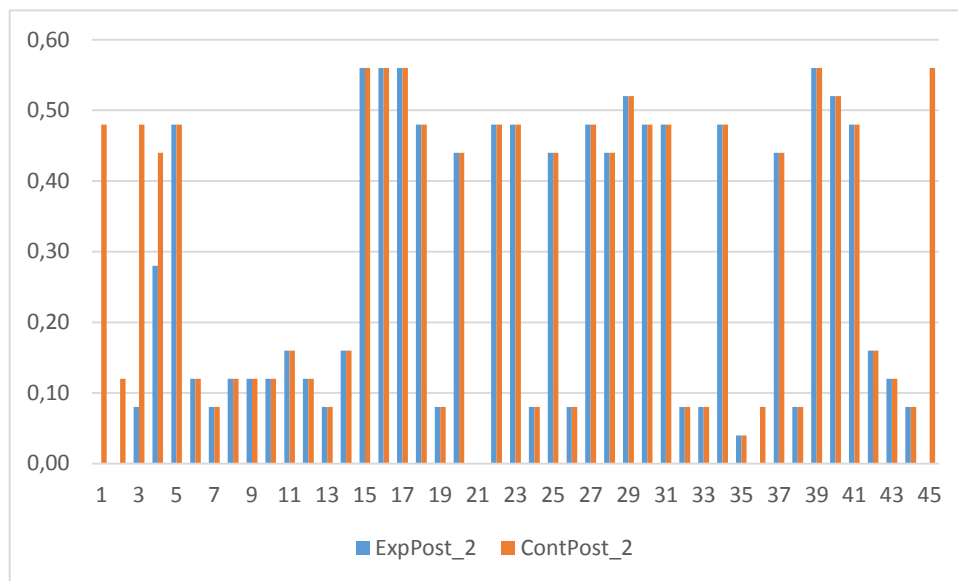


Gráfico 47. Rendimiento medio en la pregunta 2 del grupo experimental y control en el Post-test.

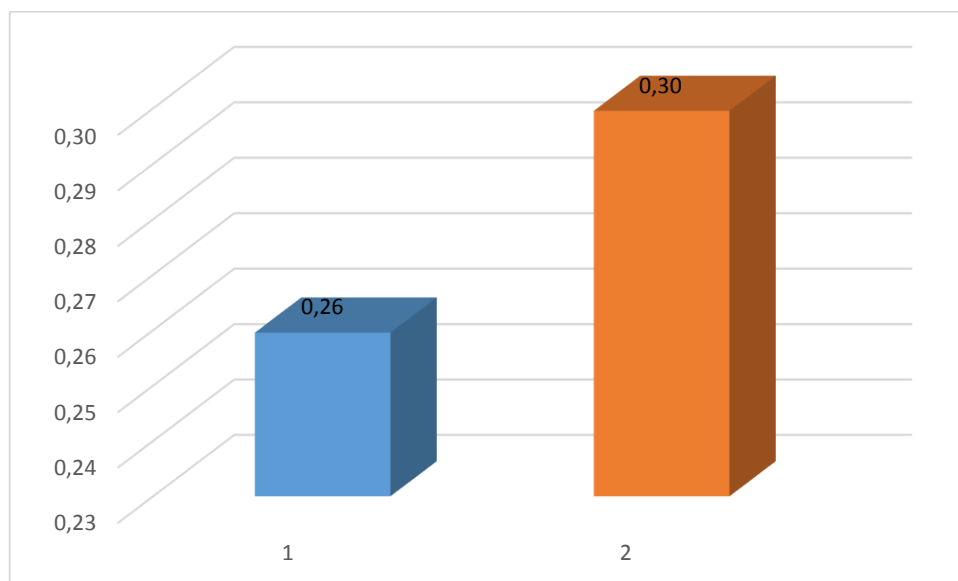


Gráfico 48. Rendimiento de cada participante en la pregunta 2 del grupo experimental y control en el Post-test.

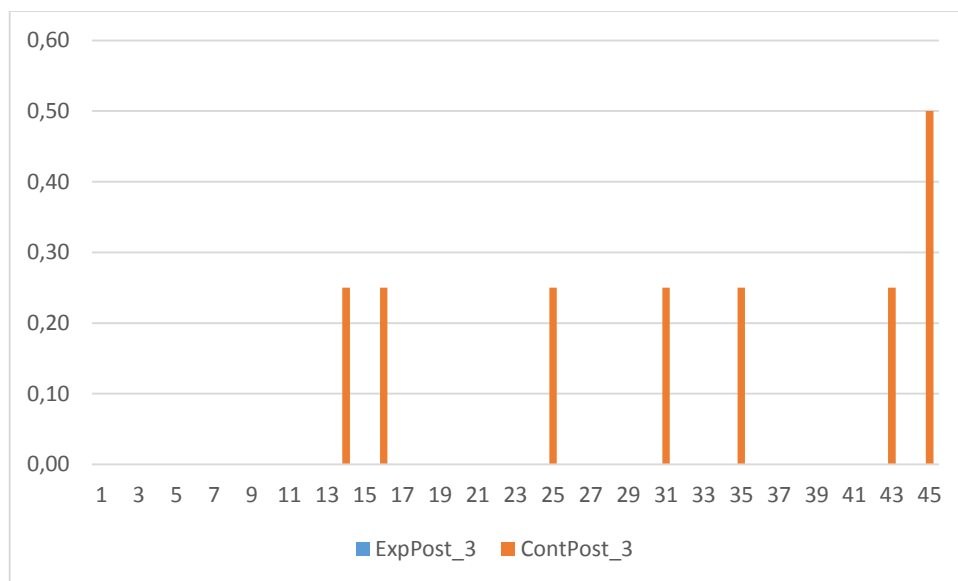


Gráfico 49. Rendimiento por participante en la pregunta 3 del grupo experimental y control en el Post-test.

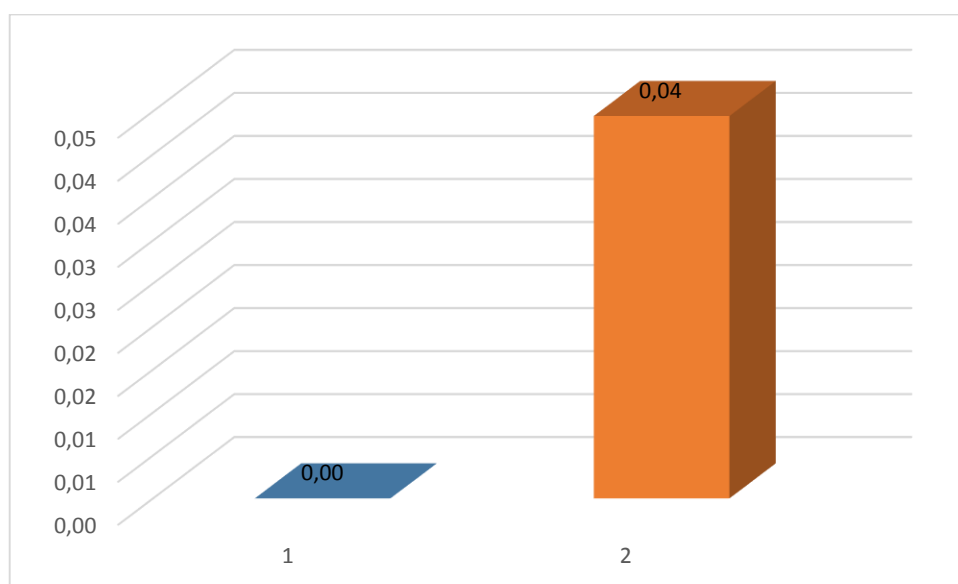


Gráfico 50. Rendimiento medio en la pregunta 3 del grupo experimental y control en el Post-test.

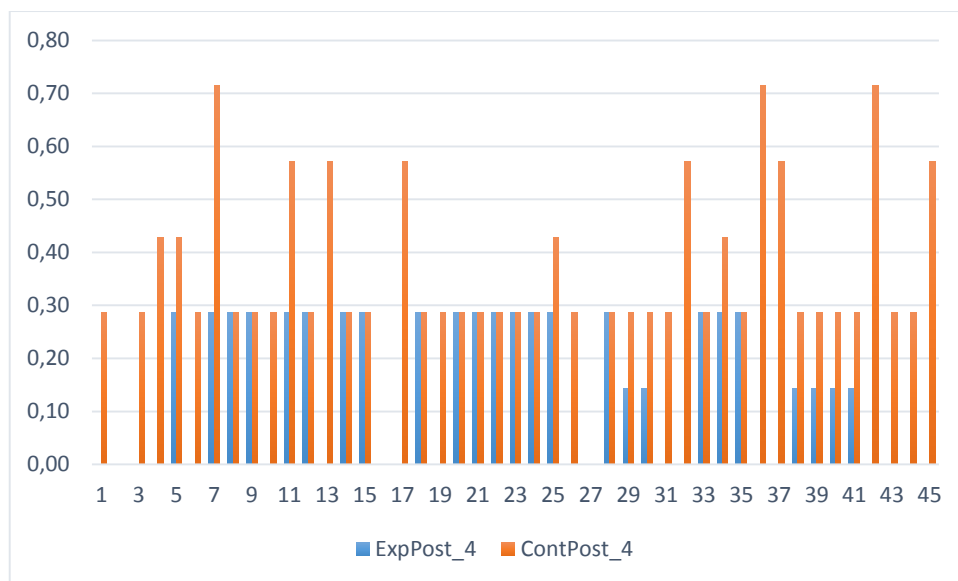


Gráfico 51. Rendimiento por participante en la pregunta 4 del grupo experimental y control en el Post-test.

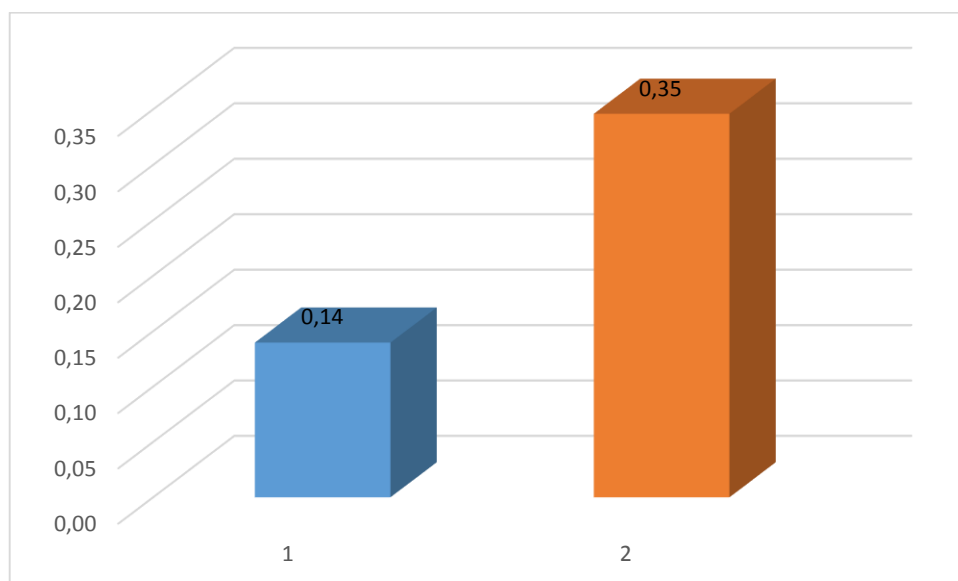


Gráfico 52. Rendimiento medio en la pregunta 4 del grupo experimental y control en el Post-test.

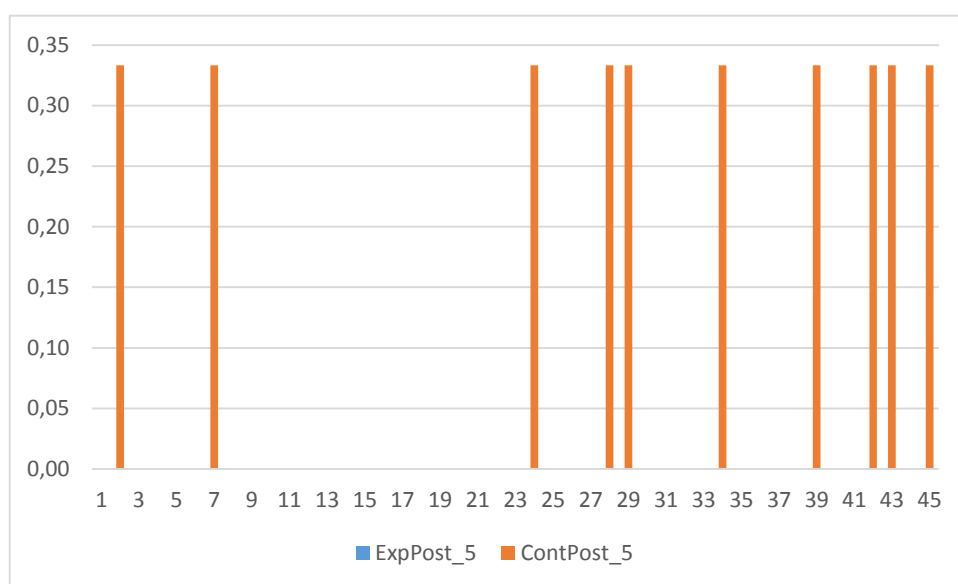


Gráfico 53. Rendimiento por participante en la pregunta 5 del grupo experimental y control en el Post-test.

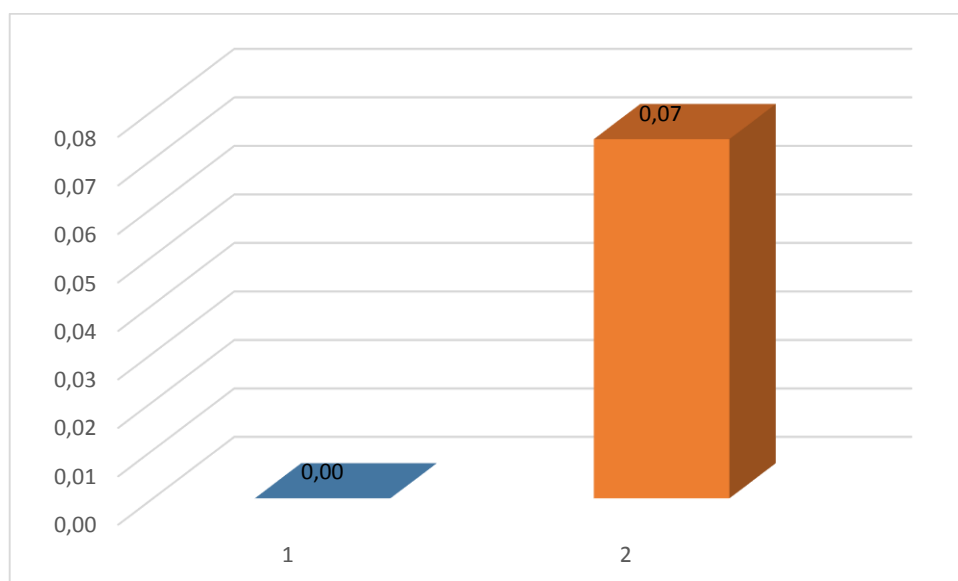


Gráfico 54. Rendimiento medio en la pregunta 5 del grupo experimental y control en el Post-test.

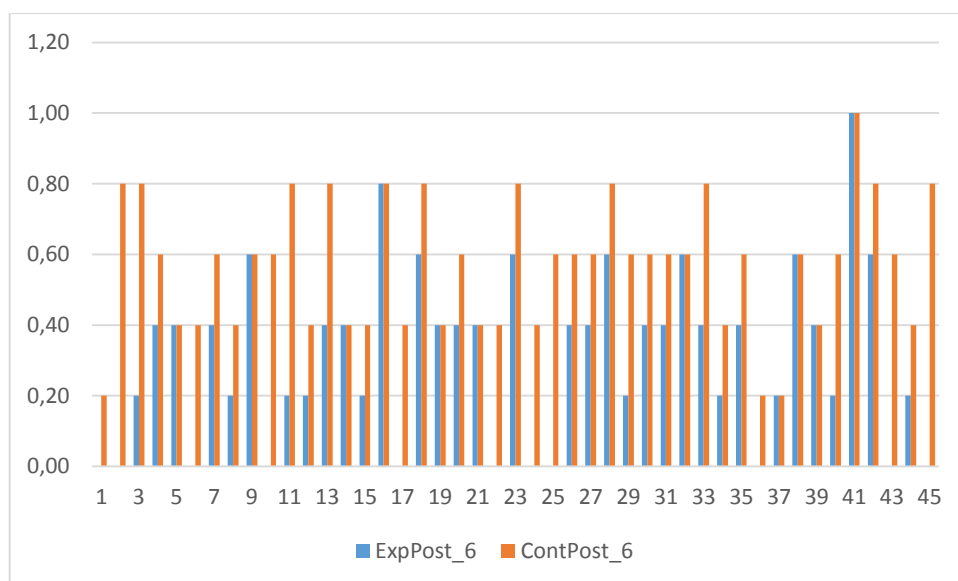


Gráfico 55. Rendimiento por participante en la pregunta 6 del grupo experimental y control en el Post-test.

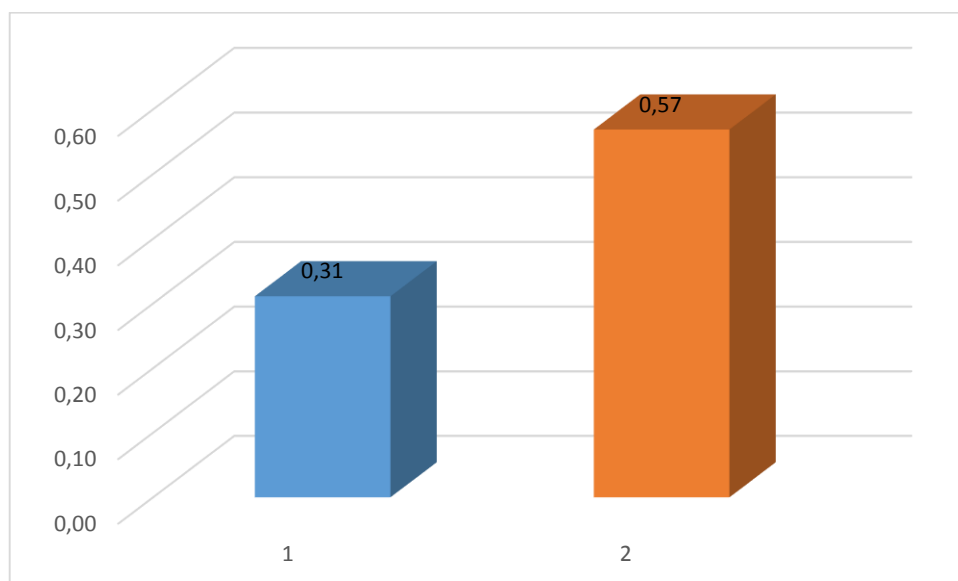


Gráfico 56. Rendimiento medio en la pregunta 6 del grupo experimental y control en el Post-test.

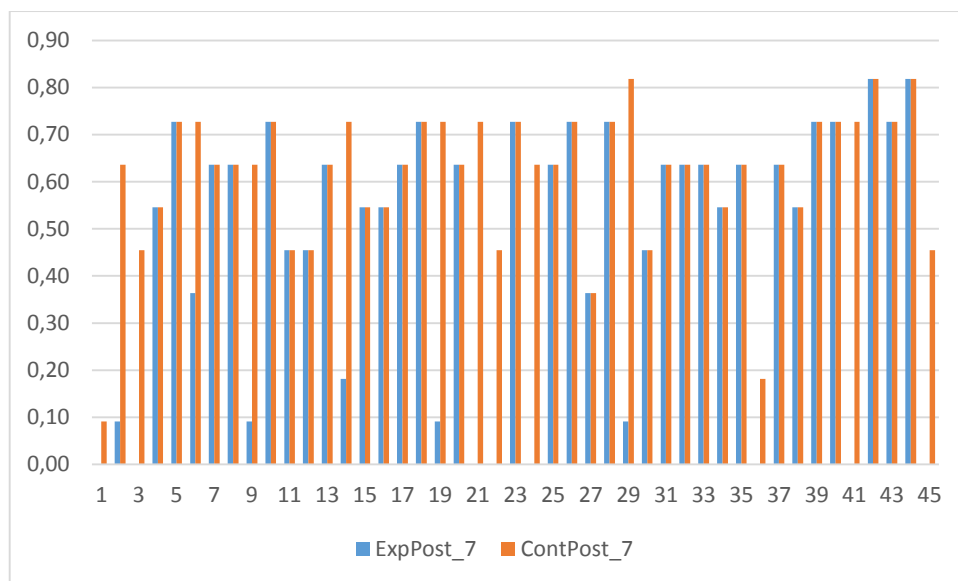


Gráfico 57. Rendimiento por participante en la pregunta 7 del grupo experimental y control en el Post-test.

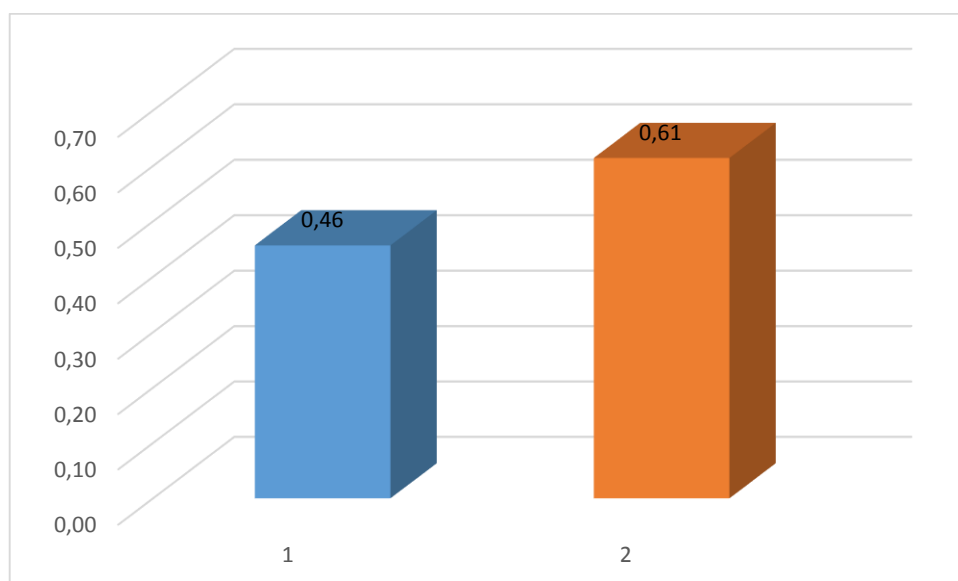


Gráfico 58. Rendimiento medio en la pregunta 7 del grupo experimental y control en el Post-test.

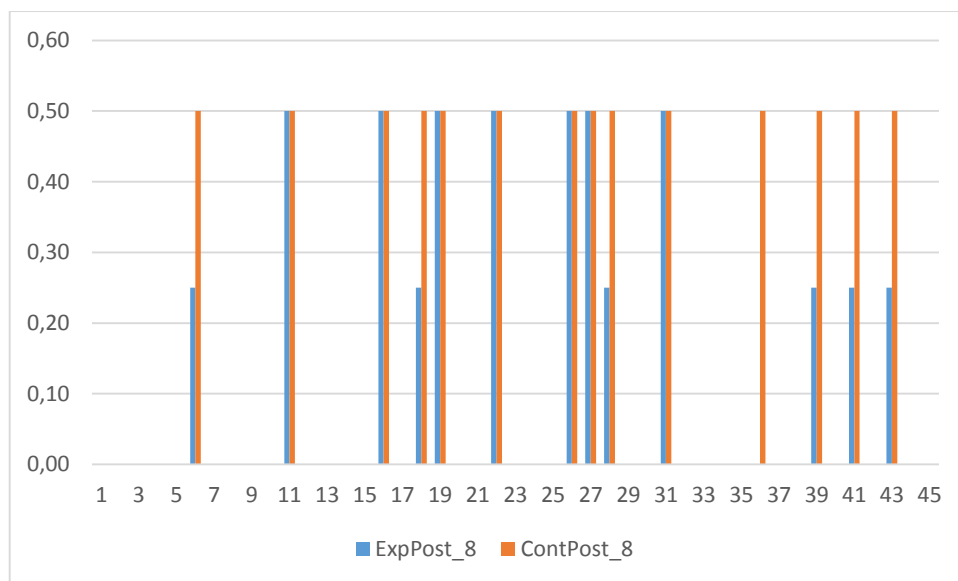


Gráfico 59. Rendimiento por participante en la pregunta 8 del grupo experimental y control en el Post-test.

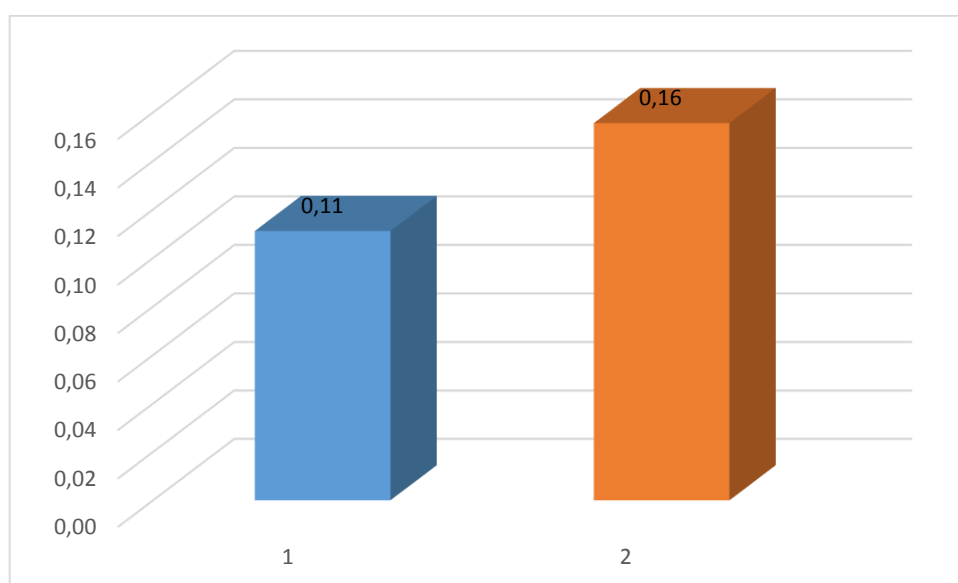


Gráfico 60. Rendimiento medio en la pregunta 8 del grupo experimental y control en el Post-test.

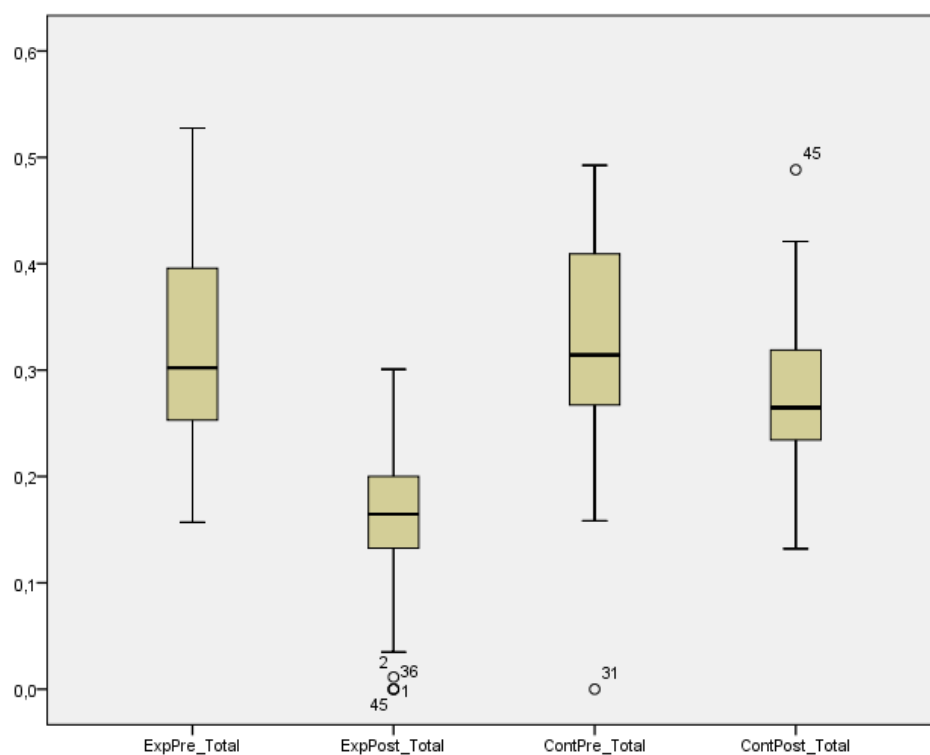


Gráfico 61. Diagramas de cajas para las medias totales de los cuatro grupos.

Tabla 19
Media de los resultados agrupados por habilidades

	Experimental		Control	
	Pre-test	Post-test	Pre-test	Post-test
Comunicar	0,30	0,13	0,34	0,21
Visualizar	0,22	0,09	0,20	0,17
Razonar	0,64	0,38	0,60	0,59
Mixta	0,09	0	0,09	0,07

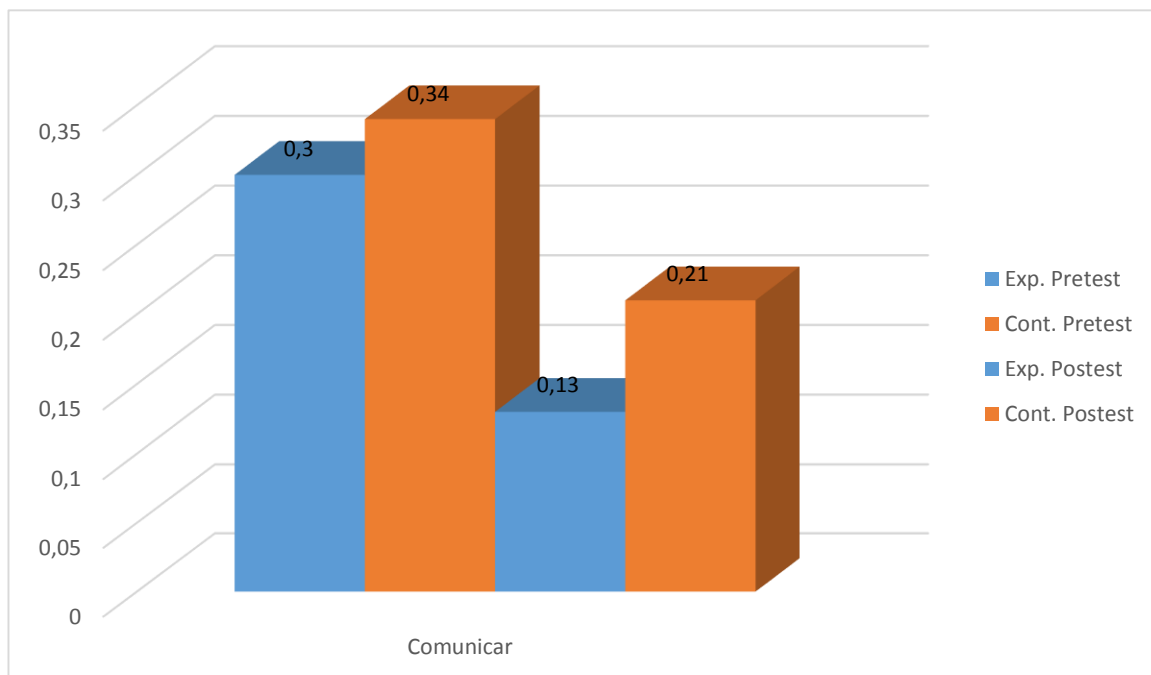


Gráfico 62. Diagramas de cajas para las medias totales de los cuatro grupos.

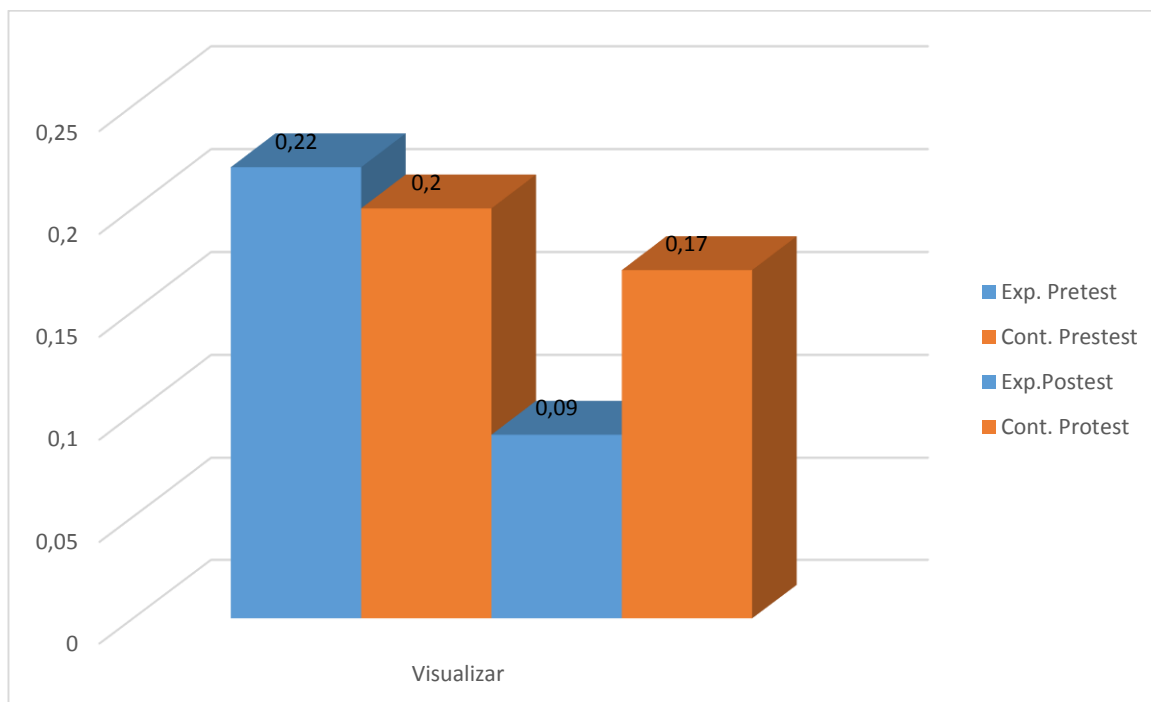


Gráfico 63. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa la visualización.

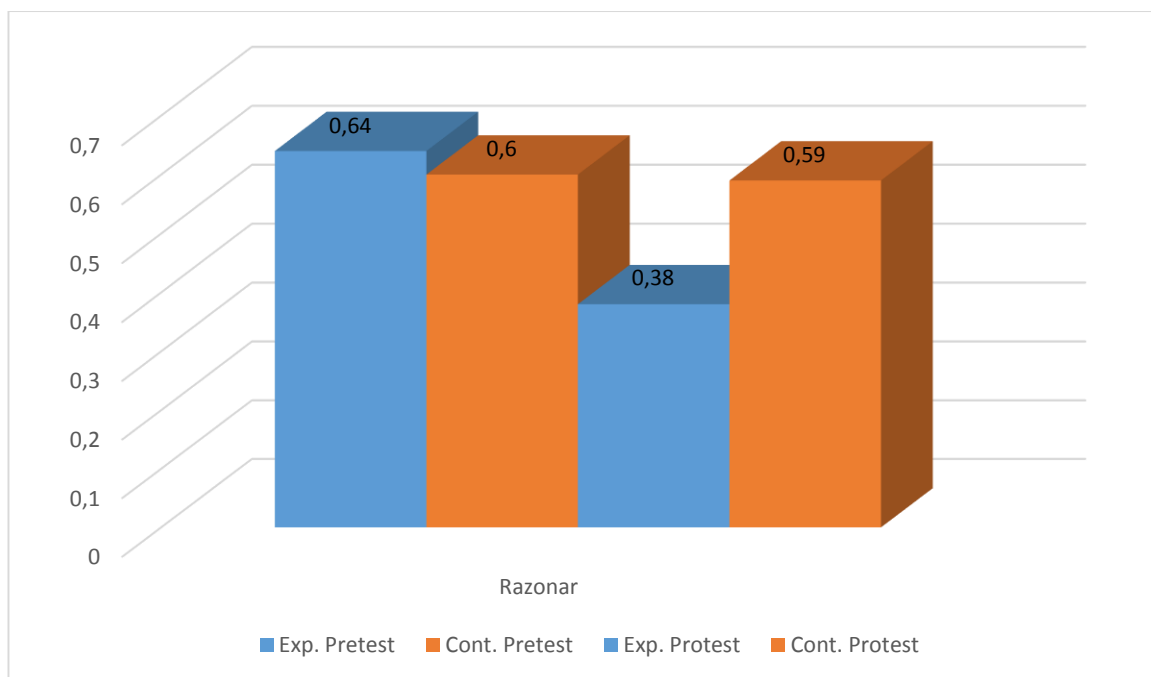


Gráfico 64. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa la racionalización.

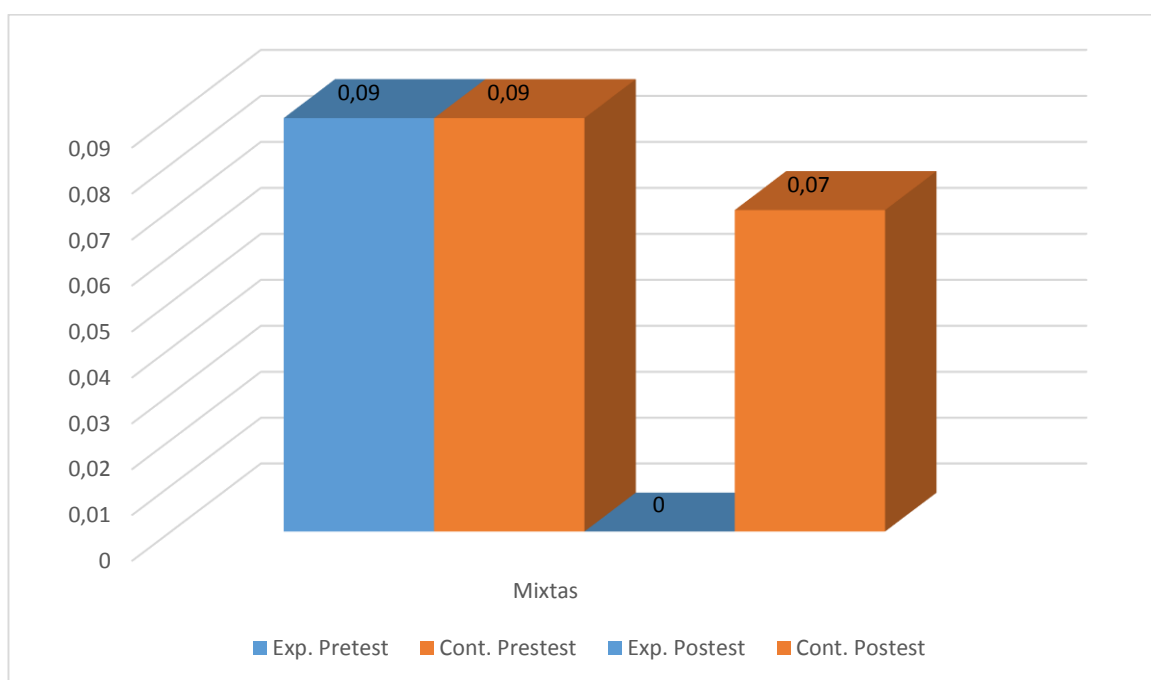


Gráfico 65. Resultados medios en las actividades del cuestionario que evalúa utilización de más de una habilidad conjunta.

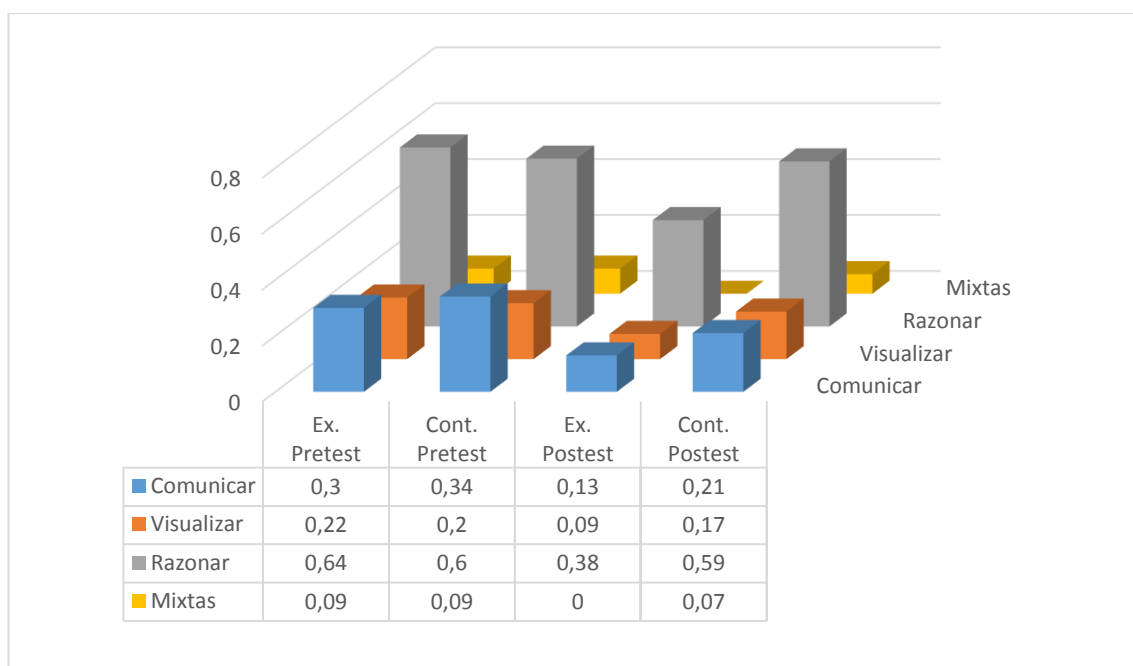


Gráfico 66. Rendimiento medio en cada una de las habilidades evaluadas.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

En este capítulo, aparte de comentar las distintas conclusiones que se pueden extraer de los datos analizados del anterior capítulo, propondremos futuras líneas de investigación a seguir a partir de la presente investigación.

6.1. Conclusiones

Una vez concluida la presentación de los resultados y expuesto el análisis de los mismos, se realizan las conclusiones relativas a los objetivos de esta Tesis y se plantean propuestas de trabajo futuro.

Una vez concluida la presentación de los resultados y expuesto el análisis de los mismos, se realizan las conclusiones relativas a los objetivos de esta Tesis y se plantean propuestas de trabajo futuro.

Primera conclusión. En el gráfico 62 y la tabla 19 comparamos la habilidad comunicativa entre el grupo Experimental y el grupo de Control. Como se aprecia en ellos, los alumnos que han seguido nuestra metodología obtienen resultados un 0,04 mejores con respecto a los del grupo de Control, que han seguido la metodología tradicional. De ello podemos concluir que nuestra secuencia didáctica, “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”, provoca una mejora de la habilidad de “Comunicar¹” información geométrica a los alumnos.

Las actividades del cuestionario 1 y 2, son las encargadas de evaluar la habilidad comunicativa. En el análisis estadístico de los ítems que corresponden a dichas preguntas y que se recogen en los gráficos 1, 3, 21, 23 (que tratan sobre el rendimiento individualizado

¹ Entendemos habilidad de comunicar como interpretar, entender y comunicar información geométrica, usando símbolos y vocabulario propios de la Geometría.

de cada alumno), y de los gráficos 2, 4, 22, 24 (que nos muestran el rendimiento medio obtenido en dichas preguntas del cuestionario) podemos corroborar que, a medida que se va avanzando con la secuencia “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”, el alumnado recuerda mejor y reconoce más elementos de los cuerpos geométricos, pasando del 0,30 de fallos al 0,13 en el grupo experimental. En contraste, en los resultados del grupo control la mejora es menos **pronunciada, pasando** del 0,34 al 0,21.

Todo ello puede ser debido, a que con las actividades moldeadas no se limita a la mera enseñanza-aprendizaje de unos contenidos fijos ya establecidos, sino que mediante ellas, y con el cambio de variables dentro de cada actividad, construyen mejor los conceptos, que luego comparan con sus iguales para una puesta en común (devolución), y corroborar si su respuesta es óptima o por lo contrario necesitan reformularla.

Y es durante todo este proceso donde ellos consiguen interiorizar mejor las cosas, a diferencia de las metodologías tradicionales donde únicamente se les presenta el contenido y ellos tienen que estudiarlo, para después repetirlo en el momento de la evaluación sin saber si han conseguido asimilarlo o no.

Segunda conclusión. En el gráfico 63 y en la tabla 19 comparamos la habilidad para visualizar cuerpos geométricos, entre el grupo Experimental y el grupo Control. Como podemos observar, los alumnos que han seguido nuestra secuencia didáctica, reducen el número de fallos 0,10 puntos más en el post-test, que los alumnos del grupo Control que han seguido una metodología tradicional. Con ello, podemos afirmar que al poner en práctica la secuencia didáctica “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” se origina una mejora en la habilidad de visualizar cuerpos geométrica.

Las actividades del cuestionario 3, 4 y 8, son las encargadas de medir el rendimiento de los discentes en cuanto a su capacidad para visualizar cuerpos geométricos. Tras su

análisis estadístico, los resultados que pueden verse en los gráficos 5, 6, 25 y 26 (para la pregunta número 3 del cuestionario); 7, 8, 27 y 28 (para la pregunta número 4) y los gráficos 15, 16, 35 y 36 (para la pregunta 8); nos indica que es en el grupo experimental donde se produce mayor mejora en el rendimiento con una reducción de los fallos cometidos de un 0,13, frente al 0,03 del grupo Control.

No obstante, lo más llamativo de todo ocurre en la pregunta número 4 del cuestionario, en donde el grupo control no solo no mejora, sino que empeoran sus resultados, al obtener un 0,29 de fallos en pre-test y tras la impartición de la geometría con una metodología tradicional, obtienen un 0,36, lo que significa un 0,06 más de fallos después tal y como se observa en el gráfico 28

Creemos que gracias a las actividades diseñadas y a las herramientas tecnológicas que las acompañan, que permiten que los alumnos trabajen desde diferentes perspectivas la visualización, hacen que adquieran y asimilen mejor los conocimientos.

A su vez estas herramientas permiten que los alumnos trabajen desde distintas dimensiones (concreto, abstracto y semi-abstracto), lo que facilita una mejor y mayor comprensión tal y como muestran los gráficos previamente citados.

En ellos se nos muestra con claridad que el grupo experimental comete menos errores en el post-test que el grupo control, por lo que pensamos que las metodologías tradicionales, al dedicarse a trabajar únicamente sobre el papel, exige un nivel de abstracción, para el cuál no todos los alumnos están capacitados, haciéndoles perder la motivación y desconectarse, lo que se traduce en un peor rendimiento.

Tercera Conclusión. En el gráfico 64 y la tabla 19 comparamos la habilidad de razonamiento² de los estudiantes del grupo Experimental con los del grupo Control. En ellos vemos que los participantes del estudio que han seguido nuestra metodología han obtenido una mejora de 0,25 puntos, con respecto a los del grupo Control que ha seguido una metodología tradicional. Por eso podemos que gracias a la “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”, los alumnos mejorar de forma notable su capacidad para razonar.

La habilidad para razonar tiene su correspondencia con las preguntas 6 que corresponden con los gráficos 11, 12, 31 y 32; y 7 cuya correspondencia esta en los gráficos 13, 14, 33 y 34. En ellos se nos muestra cómo mientras en el grupo Experimental se produce una mejora de 0,26 entre el pres-test y el post-test (gráficos 12, 14 y 64), en el grupo Control apenas se mejora pasando de un 0,60 en el pre-test a un 0,59 en el post-test (gráficos 32, 34 y 64).

Pensamos que la habilidad para razonar, como todas las demás mejora con la práctica y el entrenamiento. Y es por esa razón, que los sujetos del grupo experimental que los que obtienen mejores resultados, a tenor de los datos previamente mencionados, ya que en cada una de las actividades de dicha secuencia, tienen que poner en práctica esta habilidad para poder llegar a construir cada uno de los conceptos que se pretende trabajar en ella, con sucesivas devoluciones entre sus iguales, y la consiguiente institucionalización por parte del profesor.

Mientras que por el contrario, en una enseñanza con una metodología más conservadora, esta habilidad no se fomenta, ya que se limita a una transmisión de conocimientos, donde el papel del alumno queda relegado a un segundo plano, y no es más que un mero espectador de su aprendizaje, cuando debería ser el actor principal. Con la

² Entendida como la abstracción de características o propiedades, argumentar, conjeturar, seguir argumentos lógicos o hacer deducciones lógicas.

consiguiente repercusión en esta, tal y como desenmascaran los resultados de los gráficos anteriormente citados.

Cuarta conclusión. La secuencia “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” presenta mejoras de rendimiento mayor en actividades que requieren el uso de más de una habilidad de forma conjunta, tal y como nos muestran el gráfico 65 y la tabla 19, donde el grupo Experimental mejora 0,07 puntos en comparación al grupo Control, lo que nos lleva a afirmar que la secuencia “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” mejora el rendimiento de los alumnos, cuando requieren de la utilización de más de una habilidad de forma conjunta.

La actividad del cuestionario que evalúa esta capacidad es la cuestión número 5. Los datos estadísticos de ella, nos reflejan que pese a que ambos grupos obtuvieron los mismos resultados, un 0,09 de fallos en el pre-test tal y como se puede observar en los gráficos 10, 30 y 65, no obstante, vuelve a ser el grupo experimental quien obtenga un mejor rendimiento en el post-test, con un 0 de fallos indica el gráfico 65, frente a 0,07 como nos del grupo Control, que solo consigue mejorar un 0,02 tal y como nos indica el gráfico 66.

Como dato reseñable, la mejora por parte de los grupos cuando requieren la utilización de más de una habilidad de forma conjunta, es mucho menor que en otras actividades donde solo se requería la utilización de una habilidad. Para esta afirmación nos apoyamos en los gráficos 65 y 66, y en la tabla 19.

Una posible explicación podría deberse a la complejidad de la pregunta, puesto que tienen que poner en práctica todo lo aprendido para poder solucionarlo, lo que implica una gran movilización de conceptos que pueden o no que hayan asimilado.

Quinta conclusión. Los alumnos a los que se aplica la secuencia de “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” obtienen mejores resultados a medio plazo, frente a los alumnos que siguen una metodología más tradicional.

Partiendo de las gráficas 44, 61 y 66, podemos llegar a verlo y con ello enunciar que el aprendizaje es mucho más significativo y que los sujetos participantes del estudio que siguieron la secuencia didáctica, no solo aprenden más sino también mejor. Y nos referimos con mejor, a que estos conocimientos se mantienen en el tiempo, puesto que el post-test se les entregó dos meses después, de poner en práctica tanto la secuencia didáctica del grupo experimental, como el seguimiento de una metodología tradicional en la enseñanza de la geometría en el grupo control.

En resumen, Los alumnos que se han formado con la secuencia didáctica diseñada y cuyo nombre es “Geometría dinámica con Realidad Aumentada”, en términos de rendimiento, obtienen una reducción en el número de fallos de 0,13 puntos, respecto a los alumnos que han aprendido mediante una metodología tradicional. Tal y como viene reflejado en los gráficos 43 y 44, donde se comparan el rendimiento medio del grupo Experimental y Control antes y después de aplicar “Geometría dinámica con Realidad Aumentada” y otra metodología.

El hecho de que en cada una de las preguntas del post-test, comparadas con el pre-test, el grupo experimental obtenga mejores resultados que el grupo control en cuanto a rendimiento, es un claro ejemplo de la eficacia de esta metodología frente a otras, como aparece reflejado en las tablas 16, 17 y 18 y en las gráficas 61 y 66, que nos muestra precisamente las diferentes comparaciones de los análisis en el pre-test y post-test entre ambos grupos.

Consideramos que esto pone de manifiesto que si hacemos a los propios alumnos ser partícipes y epicentro de su propia enseñanza, los resultados de esta misma serán mucho más satisfactorios en términos de rendimiento, no solo para ellos, sino también, para el de toda la comunidad educativa, que verá como su esfuerzo y dedicación obtiene los resultados esperados, motivándola a mejorar día a día y así sacar el máximo de ella misma.

Y esto es posible con un cambio en la concepción y en las metodologías empleadas en los contextos educativos y en el caso que nos ocupa sobre la Geometría en general, y más concretamente los Cuerpos Geométricos, para la cual hemos procedido a la construcción de una secuencia didáctica centrada y pensada para que el alumno sea el protagonista de su propio aprendizaje.

6.2. Propuestas para el futuro.

Varias son las líneas de investigación que se podrían seguir después de este estudio.

Sería interesante, por ejemplo, iniciar una nueva línea consistente en investigar la relación de la Teoría de las Situaciones Didácticas con otros modelos metodológicos implementados en la didáctica de las Matemáticas.

Otra línea de investigación más relacionada con nuestro enfoque sería continuar con la implementación curricular a lo largo de las distintas etapas educativas, desde la Primaria hasta la E.S.O. Es decir, repetir lo realizado en esta tesis con otros apartados del currículo. Otra línea de investigación sería hacer un estudio comparado entre el rendimiento de los alumnos 4º curso del Grado de magisterio de Educación Primaria, con los alumnos de 6º curso de sexto de Primaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abell S.K. y Lederman, N.G. (Eds.) (2007). *Handbook of Research on Science Education*. N.J.: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Adell, J. y Castañeda, L. (2012). Tecnologías emergentes, ¿pedagogías emergentes? En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (Coords). *Tendencias emergentes en educación con TIC*. (pp.18-63). Barcelona: Editorial espiral.
- Alfaro Rodríguez, A. P., Fernández Prieto, M. S. y Alvarado Vázquez, R. I. (2014). El uso de las TIC en la formación permanente del profesorado para la mejora de su práctica docente. *Etic@ Net*, 1(14).
- Alfonso, D., Rigo, M. y Gómez, B. (2008). *El papel del profesor en los procesos de autorregulación del aprendizaje de las matemáticas en el salón de clases de la escuela elemental*. En Luengo, R.; Gómez, B.; Camacho, M y Blanco, L. (Eds.), Investigación en educación matemática XII (pp. 415-424). Badajoz: SEIEM.
- Aliaga, F. y Bartolomé, A. (2006). El impacto de las nuevas tecnologías en educación.
- Álvarez Rojo, V. y Romero Rodríguez, S. (2007). Formación basada en competencias para los profesionales de la orientación. *Educación XXI*, 10, 15-37. doi: 10.5944/educxx1.1.10.295.
- Álvarez, C. (2012). La relación teoría-práctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje. *Educación Siglo XXI*, 30(2), 383-402.
- Arbúes, J. (2013). *Realidad Aumentada desde la secundaria. Aplicaciones didácticas*.

- Artigue, M., Douady, R., Moreno, y L., Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá: Grupo editorial Iberoamericano.
- Atkinson, T. (2002). *Aprender a enseñar: habilidades intuitivas y objetividad razonada*. Barcelona: Octaedro.
- Azcárate, P. (1997). El diseño curricular en la formación didáctico matemática de los maestros. En *Actas del II Simposio sobre el currículo en la formación de profesores en el área de didáctica de las matemáticas*. (pp. 105-123). León: Universidad de León. Blázquez, F. (Coord.) (2001). *Sociedad de la información y educación*. Mérida: Junta de Extremadura.
- Azcárate, P., y Cuesta, J. (2012). Factores que facilitan el cambio en el profesorado novel de Secundaria. *Revista de Educación*, 357, 327-350.
- Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6 (4), 355-385.
- Barraza, A. (2007). La formación docente bajo una conceptualización comprehensiva y un enfoque por competencias. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 33(2), 131- 153. doi: 10.4067/S0718-07052007000200008.
- Basogain, X., Olabe, M., Espinosa, K., Rouèche, C y Olabe, J.C. (2007). *Realidad Aumentada en la Educación: Una tecnología emergente*. Comunicación presentada a Online Educa Madrid 2007: 7ª Conferencia Internacional de la Educación y la Formación basada en las Tecnologías, Madrid.
- Bauersfeld, H. (1994): Perspectives on Classroom Interaction. *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, pp. 117-146.

- Bazán Ramírez, A., Castellanos Simons, D., Galván Zariñana, G. y Cruz Abarca, L. (2010). Valoración de profesores de educación básica de cursos de formación continúa. *REICE: Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 8(4), 83-100.
- Belloch, C. (2012). *Las Tecnologías de la Información y Comunicación en el aprendizaje*. Recuperado de <http://www.uv.es/bellochc/pedagogia/EVA1.pdf>
- Berthelot, R. y Salin M.H. (1992). *L'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat, Bordeaux.
- Billinghurst, M. (2002). *Augmented Reality in education. New horizons for learning*. Recuperado de http://www.it.civil.aau.dk/it/education/reports/ar_edu.pdf.
- Briand, J. (1993). *L'enumération dans le mesurage des collections : un dysfonctionnement dans la transposition didactique*. Tesis doctoral. Ladist. Université Bordeaux I.
- Briand, J., Loubet, M. y Salin, M.H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle* [Cédérom]. Paris: Hatier. 1 cédérom + 1 notice (15 p.). Hatier pédagogie.
- Briceño Marcano, M., Quintero, A. y Rodríguez, N. (2013). Plan de formación en tecnologías de información y comunicación para el profesorado de educación media del instituto escuela. *Pixel-Bit: Revista De Medios Y Educación*, 42, 51-64.
- Brousseau, G. (1983): Les obstacles épistémologiques et les problemes en Mathématiques en *Recherches en Didactique des Mathématiques*, nº 4 (2), pp. 173-182.
- Brousseau, G. (1986): *Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática*, Universidad Nacional de Córdoba, Facultad de Matemática Astronomía y Física, Serie B, Trabajos de Matemática, No. 19 (versión castellana 1993).

- Brousseau, G. (1994): Los diferentes roles del maestro en *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*, C. Parra; I. Saiz (Eds.) Buenos Aires, Paidós Educador.
- Brousseau, G. (1995): Glossaire de didactique des mathématiques, en *Thèmes mathématiques pour la préparation du concours CRPE*, Copirelem, IREM d'Aquitaine y LADIST.
- Brousseau, G. (1997): *The theory of didactic situations*. Dordrecht: Kluwer A. P.
- Brousseau, G. (1999): Educación y Didáctica de las matemáticas” en *Educación Matemática*, México.
- Brousseau, G. (2000). Les différents univers de la mesure et leurs situations fondamentales. Un exemple d'utilisation de la théorie des situations pour l'ingénierie. *Quaderni di Ricerca in Didattica*, 9. Recuperado de:
<http://dipmat.math.unipa.it/~grim/quaderno9.htm>.
- Brousseau, G. (2001), Les grandeurs dans la scolarité obligatoire, *Actes de la 11e Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques*, (Corps) version courte 331-348, version longue, CDrom (43p) La pensée sauvage.
- Burger, W., y Shaughnessy, J. (1986). *Characterizing the Van Hiele levels of development in Geometry*. Journal for Research in Mathematics Education, 17 (1), 31-48
- Cabello, A. (2013). *La modelización de Van Hiele en el aprendizaje constructivo de la geometría en primero de la educación secundaria obligatoria a partir de Cabri* (Doctorado). Universidad de Salamanca, Salamanca, España.
- Cabero, J. (2006). *Bases pedagógicas para la integración de las TICs en primaria y secundaria*. Sevilla: Biblioteca virtual del Grupo de Tecnología Educativa de la Universidad de Sevilla.

- Campanario, J.M. (1998). ¿Quiénes son, qué piensan y qué saben los futuros maestros y profesores de ciencias?: una revisión de estudios recientes. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 33, pp. 121-140.
- Cano, E. (2005). *Cómo mejorar las competencias docentes*. Barcelona: Graó
- Carrillo, J. y Climent, N. (2002). *El caso del desarrollo profesional de una maestra*. En Murillo, J.; Arnal, P. M.; Escolano, R. y Gairín, J.M. (Eds.), *Actas del VI Simposio de la SEIEM* (pp. 29-46). Logroño: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Chamorro, C. (1997), *Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental*. Tesis doctoral. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- Chamorro, C. (1999): Proyecto Docente a Cátedra, p. 13-15, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid.
- Climent, N. y Carrillo, J. (2005). *Proyecto "METE" (Mathematics Education Traditions of Europe): polígonos en primaria*. En Maz, A.; Gómez, B. y Torralbo, M. (Eds.), *Noveno Simposio de la SEIEM* (pp. 139-144). Córdoba: SEIEM.
- Consejo de la Unión Europea (2000). *Consejo Europeo de Lisboa del 23 y 24 de marzo*. Lisboa: Unión Europea.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A., y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Secundaria basada en el Modelo de Razonamiento de van Hiele*. Madrid: M.E.C.
- D'Amore, B. (1997): *Problemas*. Pedagogía y Psicología de la Matemática en la actividad de resolución de problemas. Madrid: Síntesis

- Davini, M. (1997). *La formación docente en cuestión: política y pedagogía*. Buenos Aires: Paidós.
- Day, C. (2005). *Pasión por enseñar. La identidad personal y profesional del docente y sus valores*. Madrid: Narcea.
- De Faria, E. (2006). *Ingeniería didáctica*, Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. 2, Universidad de Costa Rica.
- De Pedro, J. (2011). *Realidad Aumentada: un nuevo paradigma en la educación superior*. En E. Campo, M. García, E. Meziat y L. Bengochea (eds.). *Educación y sociedad*. (pp. 300-307). Chile: Universidad La Serena.
- De Pedro, J. y Martínez, C.L. (2012). Realidad Aumentada: Una Alternativa Metodológica en la Educación Primaria Nicaragüense. *IEEE-RITA*. 7 (2), 102-108.
- Delors, J. (1998). *Learning: The treasure within. Report to UNESCO of the*
- Diego, R. (2014). Realidad aumentada en documentos e imágenes. *Revista Aula de innovación educativa*, 230, 65-66. Digital desde la perspectiva del profesorado: la competencia docente digital. *Revista iberoamericana de educación*, (55/4).
- Diker, G., y Terigi, F. (1997). *La formación de maestros y profesores: hoja de ruta*. Barcelona: Paidós.
- Doménech, F., y Gómez, A. (2003). Las creencias psicopedagógicas de los futuros profesores de secundaria y su relación con las demandas de examen y con la organización espacial de la clase. *Revista de Investigación Educativa*, 21(2), 489-505.
- Durlach, N.I. y Mavor, A. S. (Eds.) (1995). *Virtual Reality: scientific and technological challenges*. Washington, D.C: National Academy Press.

- Duval, R. (1998). *Geometry from a cognitive point of view, Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*. Ed: C. Mammana and V. Villani Dordrecht/ Boston Kluwer Academic Publishers pp. 37-52.
- Egido, I., Aranda, R., Cerrillo R., de la Herrán, A., de Miguel, S., Gómez, M., Hernández, R., Izuzquiza, D., Murillo, F.J. y Pérez, M. (2006). Aprendizaje basado en problemas (ABP) Estrategia metodológica y organizativa del currículum para la calidad de la enseñanza en los estudios de Magisterio. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, (57), 137-150.
- El Bouzaoui, H. (1982) *Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération*. Thèse d'Université, Bordeaux 1.
- España (2011). *Orden EDU/2886/2011, de 20 de octubre, por la que se regula la convocatoria, reconocimiento, certificación y registro de las actividades de formación permanente del profesorado*. B.O.E. nº 260.
- Espinosa, C. P. (2015). Realidad aumentada y educación: análisis de experiencias prácticas. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (46), 187-203.
- Espinosa, C. P. (2015). Realidad aumentada y educación: análisis de experiencias prácticas. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, (46), 187-203.
- Estebanell, M., Ferrés, J., Cornellà, P. y Codina, D. (2012). Realidad aumentada y códigos QR en educación. En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (Coords).
- Esteve, J. M. (1997). *La formación inicial de los profesores de secundaria. Una reflexión sobre el curso de cualificación pedagógica*. Barcelona: Ariel Educación.
- Fernández, A. (2007). *El desarrollo profesional del docente y el "perfil del docente"*. El

- FETE Enseñanza (2013). *Formación permanente del profesorado no universitario en las diferentes comunidades autónomas. Normativa y condiciones para percibir el complemento retributivo correspondiente*. Madrid: Gabinete técnico UGT.
- Fiol, M. L. (1999). La investigación del aprendizaje de la geometría en la educación primaria. En Ortega, T. (Ed.), *Actas del III SEIEM* (pp. 17-24). Valladolid: SEIEM.
- Fischbein, E. (1993). La teoría de los conceptos figurales. *Educational Studies in Mathematics*, 24 (2), pp. 139-162.
- Fombona, J., Pascual, M.A. y Madeira, M.F. (2012). Realidad Aumentada, una evolución de las aplicaciones de los dispositivos móviles. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 41, 197-210.
- Fraser, B.J. y Tobin, K (eds.) (1998): *International Handbook of Science Education* Dordrecht: Kluwer A. P.
- Fullan, M. (2002). *Las fuerzas del cambio*. Madrid: Ediciones AKAL.
- Fuys, D., Geddes, D., y Tischler, R. (1988). The Van Hiele Model of Thinking in Geometry among Adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education*. Monograph nº3, pp. 1-196
- Gálvez, G. (1985). *El aprendizaje de la orientación en el espacio urbano. Una proposición para la enseñanza de la geometría en la escuela primaria*. Tesis doctoral, DIECINVESTAV-IPN, México.
- Gálvez, G. (1994): La didáctica de las matemáticas, en *Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones*. C. Parra, I. Saiz (Eds). Buenos Aires, Paidós Educador.

- García Barros, S. y Martínez Losada, C. (2001). Las ideas de los alumnos del CAP, punto de referencia para reflexionar sobre formación docente. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 40, 97-110.
- García, E. (1992). Resolución de problemas y desarrollo de capacidades.
- García, J., y Bernal, A. (2008). “Institución y decepción: La salubridad institucional y la práctica docente”. *Revista Española de Pedagogía*, 241, 405-423.
- García, M. (2007). *Nosotros los profesores. Breve ensayo sobre la tarea docente*. Madrid: UNED.
- García, R., y Castro, A. (2012). La formación permanente del profesorado basada en competencias. *Educación siglo XXI*, 30(1), 297-322.
- García-Ruiz, R. y Castro, A. (2012). La formación permanente del profesorado basada en competencias. *Educatio Siglo XXI*, 30(1), 297-322.
- Godino, J. (1992): *La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas: El proyecto Edumat-Maestros* en M.C. Penalva, G. Torregrosa, J. Valls (Eds.): *Influencia de la didáctica de las matemáticas a los distintos perfiles profesionales*. Alicante: Universidad de Alicante.
- Godino, J. (2000): *Significado y comprensión en matemáticas* en UNO, n. 25, pp. 77-87.
- Gómez, M. (2003). *Estudio teórico, desarrollo, implementación y evaluación de un entorno de enseñanza colaborativa con soporte informático (CSCL) para matemáticas* (Doctorado). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Gómez, M., Ferrer, R., y Herrán, A. (2015). Las redes sociales verticales en los sistemas formales de formación inicial de docente. *Revista Complutense de Educación*, 26, 215-232.

- Gómez, M., Palmero, J. R., y Rodríguez, J. S. (2015). Aprendizaje social en red. Las redes digitales en la formación universitaria. *EDMETIC*, 4(2), 71-87.
- González Sanmamed, M. (1995) ¿Cómo enseñan y aprenden a enseñar los futuros profesores? Análisis de los procesos el aula. *Investigación en la Escuela*, 25, 27-41.
- González Sanmamed, M. (2009). Una nueva oportunidad para la formación inicial del profesorado de Secundaria. *Revista de Educación*, 350, 57-78.
- González, O. (2013). Educación aumentada. *Centro de conocimiento de tecnologías aplicadas a la educación (CITA)*.
- Guerrero, A. (2010). *El profesorado de los institutos de educación secundaria: estructura, prestigio y acción*, en Feito, R. (coord.). Sociología de la educación secundaria. Madrid: Graó.
- Guillén, G. (2004). El modelo de van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática. *Educación Matemática*, 16 (3), pp. 103-125.
- Guillén, G.; Figueras, O. (2005). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de la geometría en primaria: curso-taller como técnica para la obtención de datos. En Maz, A.; Gómez, B-; Torralbo, M. (Eds.), *Noveno Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática SEIEM* (pp. 227-234). Córdoba
- Guillén, G.; Sáiz, M.; Figueras, O. y Corberán, R.M. (2003). Transferencia de resultados de investigación sobre enseñanza y aprendizaje de la geometría al aula. En Castro, E. (Ed.), *Investigación en Educación Matemática: séptimo Simposio de la SEIEM* (pp. 247-256). Granada: Universidad de Granada.
- Guttman, C. (2003). *Education in and for the Information Society*. Paris: UNESCO.
- Guzmán, M. (2005). Textos de Miguel de Guzmán. Monografía 02. *Suma*

- Hanson, K. y Shelton, B. E. (2008). Design and Development of Virtual Reality: Analysis of Challenges Faced by Educators. *Educational Technology & Society*, 11 (1), 118-131.
- Hargreaves, A. (2003). *Teaching in the Knowledge Society. Education in the Age of Insecurity*. New York: Teacher College Press.
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry-Two sides of the coin. Focus on *Learning Problems in Mathematics*, Volume 1, and Number 1, pp. 61-76.
- Hofstadler, D.R. (1989): Godel, Escher, Bach. Barcelona: Tusquets
- Imbernón, F. (2007). *10 ideas clave. La formación permanente del profesorado: Nuevas ideas para formar en la innovación y el cambio*. Barcelona: Graó.
- Imbernón, F. (2009). Una nueva formación permanente del profesorado para un nuevo desarrollo profesional y colectivo. *Revista Brasileira de Formação de Professores*, 1(1), 31-42.
- Imbernón, F. (2011). Un nuevo desarrollo profesional del profesorado para una nueva educación en el siglo XXI. *Revista Educação Skepsis*, 2(prólogo), I-XX.
- INECSE. (2004). *Evaluación PISA 2003. Resumen de los resultados en España*. Madrid: M.E.C.
- INEE. (2011). Evaluación General de Diagnóstico 2010. Educación Secundaria Obligatoria. Segundo curso. Informe de resultados. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/inee/publicaciones/evaluacion-diagnostico.html>
- INEE. (2015). Sistema Estatal de indicadores de la educación. Edición 2015. Recuperado de <http://www.mecd.gob.es/inee/sistema-indicadores/indicadores-ediciones-antteriores.html>
- International Comission on Education for the twenty-first century [Informe a la*

- Izquierdo, A. (2013). Códigos QR flexibles: un proyecto con dispositivos móviles para el trabajo de calentamiento en educación física. *EmásF: revista digital de educación física*, 4 (23), 53-71.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Valencia: Universidad de Valencia.
- Johsua S., Dupin J-J. (1993): *Introduction à la didactique des sciences et des mathématiques*, Paris, Presses Universitaires de France.
- Kato, H. (2010). *Return to the origin of Augmented Reality* [Archivo de vídeo].
- Kaufmann, H. (2003). *Collaborative augmented reality in education*. Proc. Imagina 2003 Conf. (Imagina03), Mónaco. Recuperado de <https://www.ims.tuwien.ac.at/publications/tuw-137414.pdf>
- Korthagen, F. (2010). Teacher reflection: What it is and what it does. The Purposes, Practices, and Professionalism of Teacher Reflectivity: Insights for Twenty-first-century *Teachers and Students*. 377-401.
- Lens-Fitzgerald, M. (2009). Augmented Reality Hype Cycle. Recuperado de <http://www.sprxmobile.com/the-augmented-realityhype-cycle>.
- Llorente Cejudo, María del Carmen. (2008). Aspectos fundamentales de la formación del profesorado en TIC. *Pixel-Bit: Revista de Medios y Educación*, 31, 121-130.
- Lopes, M. H. y Salinas, M. J. (2006). O trabalho cooperativo nas aulas de Matemática: numa turma do 5º ano: uma experiência curricular. En Bolea, M. P.; Moreno, M. y González, M. J. (Eds.), *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 256-267). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.

- Lopes, M. H., Salinas, M. J. y Palhares, P. (2008). O trabalho cooperativo na resolução de problemas de áreas. En Luengo, R.; Gómez, B.; Camacho, M. y Blanco, L. (Eds.), *Investigación en educación matemática XII* (pp. 647-658). Badajoz: SEIEM.
- Macías, A. (2009). La docencia del siglo XXI. *Innovación y experiencias educativas*, 16.
- Manual Aumentaty Author. Recuperado de http://author.aumentaty.com/manual_es.pdf.
- Marcelo, C. (1991). *Aprender a enseñar: un estudio sobre el proceso de socialización de los profesores principiantes*. Madrid: CIDE.
- Marcelo, C. (2001). *La función docente*. Madrid: Síntesis.
- Marcelo, C. y Vaillant, D. (2009). *Desarrollo profesional docente. ¿Cómo se aprende a enseñar?* Madrid: Narcea.
- Margolinas, C. (1993): *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, Grenoble, La Pensée Sauvage.
- Márquez, A.C. (2009). *La formación inicial para el nuevo perfil del docente de Secundaria. Relación entre teoría y práctica*. Tesis Doctoral, Universidad de Málaga.
- Marquéz, A.C., y Tójar, J. C. (2008). Teorías implícitas en la formación inicial del profesorado de secundaria. Categorías cualitativas de análisis a partir de entrevistas a tutores de prácticas. En *I Congreso Internacional sobre profesorado principiante e inserción laboral a la docencia*. Sevilla.
- Recuperado de <http://www.oei.es/noticias/spip.php?article3076>
- Marrero Galván, J. J., Fernández González, J., Tejera Rodríguez, C. y Elórtogui Escartín, N. (2012). ¿Qué piensa el profesorado de una comunidad autónoma acerca de su formación tras un cambio educativo? *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 10(1), pp. 66-84.

- Mayberry, J. (1983). The Van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14 (1), 58-69.
- Medaura, J. O. (1991). *Una didáctica para un profesor diferente*. Buenos Aires: Humanitas.
- Ministerio de Educación. *Tutorial de Sketchup, crear, compartir y presentar modelos 3D*. Colección de aplicaciones gratuitas para contextos educativos. Buenos Aires Ciudad. Recuperado de <http://www.tallertecno.com/sketchup/Tutorial-Sketchup-8.pdf>.
- Monclús Estella, A. y Sebán Vera, C. (2008). La enseñanza en competencias en el marco de la educación a lo largo de la vida y la sociedad del conocimiento. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47, 159-184.
- Morales Capilla, M., Trujillo Torres, J. M., y Raso Sánchez, F. (2015). Percepciones acerca de la integración de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la universidad. *Pixel-Bit. Revista de Medios y Educación*, 46, 103-117.
- Muñoz-Catalán, M^a C.; Carrillo, J. y Climent, N. (2006). La reflexión de una maestra de Matemáticas en el "Prácticum" y en los inicios de su práctica docente. En Bolea, M. P.; Moreno, M. y González, M. J. (Eds.), *Investigación en educación matemática: actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 217-224). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses. Muralla.
- Núñez, M.J., Arévalo, A., y Ávalos, B. (2012). Profesionalización docente: ¿Es posible un camino de convergencia para expertos y novatos? *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(2), 10-24.
- Orús, P. (1992). *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique; effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*. Tesis Doctoral. Université de Bordeaux.

- Panizza, Mabel (2003). Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. Recuperado de http://crecerysonreir.org/docs/Matematicas_teorico.pdf
- Perales, V. & Adam, F. (2013). Integración de GIS (sistemas de georeferenciación de la información) y localización espacial en prácticas pedagógicas y lúdicas vinculadas a museos. *Arte, individuo y sociedad*, 25 (1), 121-133. Doi: http://dx.doi.org/10.5209/rev_ARIS.2013.v25.n1.41168.
- Pérez-Fuentes, M.C., Álvarez-Bermejo, J.A., Molero, M.M., Gázquez, J.J. y López, M.A. (2011). Violencia Escolar y Rendimiento Académico (VERA). Aplicación de realidad aumentada. *European Journal of Investigation in Health, Education and Psychology*, 1 (2), 71-84.
- Perrenoud, P. (2001). *Desarrollar la práctica reflexiva en el oficio de enseñar*. Barcelona: Graó.
- Perrenoud, P. (2004). *Diez nuevas competencias para enseñar*. Barcelona: Graó.
- Piñero Martín, M. L. y Rivera Machado, M. E. (2010). Transversalidad e integración de competencias específicas en, por y para las TIC y la investigación en la formación de formadores. *Multiciencias*, 10(1), 29-36.
- Polya, G. (1981): *Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving*. New York: Wiley and Sons. Inc.
- Pontes, A. y Serrano, R. (2008a). Actitudes e ideas previas sobre la docencia y la formación docente en los aspirantes a profesores de ciencias experimentales. *XXIII EDCE: Ciencias para el mundo contemporáneo y formación del profesorado en didáctica de las ciencias experimentales* (Pp: 458-467).
- Pontes, A. y Serrano, R. (2008b). Reflexiones sobre la docencia tras el prácticum de la formación inicial del profesorado de enseñanza secundaria. *I Congreso Internacional*

sobre Profesorado Principiante e Inserción Profesional a la Docencia. Universidad de Sevilla.

Pontes, A. y Serrano, R. (2009). Concepciones previas sobre los procesos y contextos educativos entre aspirantes a profesores de ciencias en educación secundaria. *VIII Congreso Enseñanza de las Ciencias*. Barcelona: UAB.

Pozuelo Echegaray, J. (2014). *Análisis crítico de la formación permanente del profesorado, como factor clave para la integración eficaz de las TIC en la educación*. (Doctorado). Universidad Autónoma de Madrid, Madrid. España.

Presentation at IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality 2010 (Seoul, Korea). Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=b33eqcVz7X8>.

Reinoso, R. (2012). Posibilidades de la realidad aumentada en educación. En J. Hernández, M. Pennesi, D. Sobrino y A. Vázquez (Coords). *Tendencias emergentes en educación con TIC*. (pp.357-400). Barcelona: Editorial espiral.

Reinoso, R. (2013). *Módulo 1: Introducción a la realidad aumentada*. [Presentación slideshare]. Escuela virtual de verano 2013 espiral (eve13). Recuperado de <http://www.slideshare.net/tecnotic>.

Ribeiro, C. M., Carrillo, J. y Monteiro, R. (2009). ¿De qué nos informan los objetivos del profesor sobre su práctica?: análisis e influencia en la práctica de una maestra. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática, XIII* (pp. 415-423). Santander: SEIEM.

Rice, R. (2009). Augmented vision and the decade of ubiquity. Recuperado de <http://curiousraven.com/future-vision/2009/3/20/augmented-vision-and-the-decade-ofubiquity.html>.

- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 39-63
- Rico, L., y Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e Investigación. En J. Carrillo Yáñez, y L. Contreras (Eds.), *Matemática española en los albores del siglo XXI* (pp. 77-131). Huelva: Hergué.
- Rodríguez Torres, J. (2012). Análisis sobre la integración en el sistema educativo de las TIC: Proyectos institucionales y formación permanente. *Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, 13(3), 129-144.
- Rodríguez, R. S. (2013). *Identidad profesional, necesidades formativas y desarrollo de competencias docentes en la formación inicial del profesorado de secundaria* (Tesis Doctoral, Universidad de Córdoba).
- Roussou, M. (2004). Learning by Doing and Learning Through Play: An Exploration of Interactivity in Virtual Environments for Children. *Computers in Entertainment (CIE) - Theoretical and Practical Computer Applications in Entertainment*, 2 (1), 1-23. doi: 10.1145/973801.973818
- Rozada, J.M. (2007). ¿Son posibles los puentes entre la teoría y la práctica por todo el mundo demandados, sin pilares intermedios? En Romero J. y Luis A. *La formación del profesorado a la luz de una profesionalidad democrática*. Santander: Consejería de Educación.
- Ruiz-Palmero, J., Sánchez Rodríguez, J., y Gómez García, M. (2013). Entornos personales de aprendizaje: estado de la situación en la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad de Málaga. *Píxel-Bit. Revista de Medios y Educación*. 42, 171-181.
- Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En Alagia H., Versan A. y Sadovsky P. (Eds.)

- Reflexiones teóricas para la educación matemática* (pp. 13-65). Buenos Aires: Editorial Libros del Zorzal.
- Salín, M.H. (2004). La enseñanza del espacio y la geometría en la escuela elemental. En *Números, formas y volúmenes en el entrono del niño* (pp. 37-80). Madrid: Instituto Superior de Formación del Profesorado, Ministerio de Educación y Ciencia. Salvador: Universidad Centroamericana "José Simeón Cañas".
- Sánchez, A. (2011). *Realidad Aumentada. Una experiencia real*. [Archivo de vídeo].I congreso virtual sobre educación y TIC 2011 «La escuela del futuro». Vídeo-presentación. Recuperado de <http://www.youtube.com/watch?v=XojvqauJyNg&feature=youtu.be>
- Sánchez, A. B., y López, R. (2011). La transferencia del aprendizaje algorítmico en el origen de los errores. *Revista de Educación*, 328, 429-445.
- Sarramona, J., Noguera, J. y Vera, J. (1998). ¿Qué es ser profesional docente? *Revista de Teoría de la Educación*, 10, 95-144.
- Sierra, M. (2011). Investigación en Educación Matemática: objetivos, cambios, criterios, métodos y difusión. *Educatio Siglo XXI*, 29 (2), 173-198.
- Sierra, T. A. y Gascón, J. (2011). Investigación en didáctica de las matemáticas en la educación infantil y primaria. En Marín, Margarita; Fernández, Gabriel; Blanco, Lorenzo J.; Palarea, María Mercedes (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 125-164). Ciudad Real: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Soto Varela, R. (2011a). *Características de la implantación de la pizarra digital interactiva en colegios de la Comunidad de Madrid*. (TFM). Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.

- Soto Varela, R. (2014b). Enseñanza de la geometría del espacio utilizando la aplicación Sketchup en diferentes dispositivos digitales. *XIX Congreso Internacional de Tecnologías para la Educación y el Conocimiento - Grupo DIM*, UNED, Madrid.
- Soto Varela, R. (2015c). ¿Cómo se está implantando la Realidad Aumentada en España? *XX Congreso Internacional de Tecnologías para la Educación y el Conocimiento - Grupo DIM*, UNED, Madrid.
- Tallaferro, G., y Dilia, C. (2006). La Formación para la práctica reflexiva en las prácticas profesionales docentes. *Educere. Revista Venezolana de Educación* 33, 269-273.
- Tejada Fernández, J. (2005). El trabajo por competencias en el prácticum: Cómo organizarlo y cómo evaluarlo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 7(2).
- Torra, I., de Corral, I., Pérez, M. J., Triadó i Ivern, Xavier M, Pagès, T., Valderrama Vallés, E., . . . Hernández, C. (2012). Identificación de competencias docentes que orienten el desarrollo de planes de formación dirigidos a profesorado universitario. *Red U. Revista de Docencia Universitaria*, 10(2), 21-56.
- Torres, J. (1995). *El curriculum como práctica reflexiva y la formación del profesorado*. En M. González Sanmamed. Formación docente: Perspectivas desde el desarrollo del conocimiento y la socialización profesional. Barcelona: PPU.
- Torres, J. (2006). *La desmotivación del profesorado*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Trujillo Torres, J. M. y Raso Sánchez, F. (2010). Formación inicial docente y competencia digital en la convergencia europea (EEES). *Enseñanza & Teaching*, 28(1), 49-77.
- Trujillo Torres, J. M., López Núñez, J. A. y Pérez Navío, E. (2011). Caracterización de la alfabetización digital desde la perspectiva del profesorado: La competencia docente digital. *Revista Iberoamericana de Educación*, 55(4), 1-16.

Tsamir, P., Tirosh, D., y Levenson, E. (2008). Intuitive non examples: the case of triangles.

Educational Studies in Mathematics, 69, 81-95.

UAM. (2014). *Grado en Maestro de Educación Primaria. Guías académicas 2014-2015*.

Recuperado de

http://www.uam.es/ss/Satellite/es/1233310432206/sinContenido/Estudios_de_Grado.htm

Unesco (2004). *World Report 'Building Knowledge Societies' 2004*. Paris: UNESCO.

UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI: La educación encierra un tesoro]. Paris: UNESCO. Universidad de Almería. *UNO*, nº 5, pp. 15-25.

USAL. (2016). *Máster Universitario en Profesor de Educación Secundaria Obligatoria y*

Bachillerato. Recuperado de

http://www.uam.es/ss/Satellite/es/1242684629435/1242661926459/masteroficial/masterOficia/Master_Universitario_en_Formacion_de_Profesorado_de_Educacion_Secundaria_Obligatoria_y_Bachillerato.htm

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*.

Chicago: CDASSG Project.

Vaillant, D. (2009). Formación de profesores de Educación Secundaria: realidades y

discursos. *Revista de Educación*, 350, 105-122.

Valle, J.M., y Manso, J. (2010). La nueva formación inicial del profesorado de Educación

Secundaria: modelo para la selección de buenos centros de prácticas. *Revista de Educación*, 354, 267-290.

- Van Hiele, P. M. (1957). *El problema de la comprensión en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la Geometría*. Utrecht: Universidad Real de Utrecht.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight. A theory of Mathematics Education*. New York: Academic Press.
- Veenman, S. (1984). Perceived problems of beginning teacher. *Review of Educational Reserch*, 54(2), 143-178.
- Verjovsky, J. y Waldegg, G. (2005). Analyzing beliefs and practices of a Mexican high school biology teacher. *Journal of Research in Science Teaching*, 42(4), 465-491.
- Vezub, L. F. (2011). La formación y el desarrollo profesional docente frente a los nuevos desafíos de la escolaridad. *Profesorado. Revista de Curriculum y Formación de Profesorado* 11(1), 1-23.
- Vian, R. (2011) *Realidad aumentada. Fundamento y aplicaciones* (Tesina). Universidad Politécnica de Valencia. Escuela politécnica superior de Gandía. Recuperado de <http://riunet.upv.es/handle/10251/14095>.
- Vidal, R. (2009). La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones. Recuperado de <https://educra.cl/wp-content/uploads/2016/01/DOC-La-Didactica.pdf>
- Vinner, S. (1975). The Naive Platonic Approach as a Teaching Strategy in Arithmetics. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 339-350.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology* Vol 14, 293-305.

Vonk, J.H. (1983). Problems of beginning teacher. *European Journal of Teacher Education*, 8(3), 307-317.

Zeichner, K. M. (1993). Dialéctica de la socialización del profesor. *Revista de Educación*, 52, 95-123.

Zeichner, K. M. (2010). Nuevas epistemologías en formación del profesorado. Repensando las conexiones entre las asignaturas del campus y las experiencias de prácticas en la formación del profesorado en la universidad. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 68(2), 123-149.